Adiel Teixeira de
Almeida

PROCESSO DE DECISÃO NAS ORGANIZAÇÕES

Construindo modelos de decisão multicritério

atlas

Processo de Decisão nas Organizações

Para alguns livros é disponibilizado Material
Complementar e/ou de Apoio no site da editora.
Verifique se há material disponível para este livro em

atlas.com.br

Adiel Teixeira de Almeida

Processo de Decisão nas Organizações

Construindo modelos de decisão multicritério

SÃO PAULO
EDITORA ATLAS S.A. – 2013

© 2013 by Editora Atlas S.A.

Capa: Zenário A. de Oliveira
Composição: Entexto – Diagramação de textos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Almeida, Adiel Teixeira de

Processo de decisão nas organizações: construindo modelos de decisão multicritério /Adiel Teixeira de Almeida.
São Paulo: Atlas, 2013.

Bibliografia.
ISBN 978-85-224-8011-1
eISBN 978-85-224-8149-1

1. Decisões 2. Decisões por critérios múltiplos
3. Organizações – Administração I. Título.

13-05658
CDD-658.403

Índice para catálogo sistemático:

1. Processo de decisão: Organizações:
Administração 658.403

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – É proibida a reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio. A violação dos direitos de autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Editora Atlas S.A.
Rua Conselheiro Nébias, 1384
Campos Elísios
01203 904 São Paulo SP
011 3357 9144
atlas.com.br

À memória de minha Mãe,

Azenete Teixeira de Almeida,

que cedo me incutiu a conexão entre *prioridades e preferências*,

ao dizer, em resposta à minha desculpa de que "não tive tempo",

"sempre encontramos tempo para fazer o que mais queremos,
mas dificilmente para aquilo que não queremos tanto".

Sumário

Apresentação, xv

Prefácio, xvii

1 Problemas de decisão, 1

1.1 Decisões nas organizações, 1

1.2 Uma visão para processo decisório nas organizações, 6

1.3 Visão geral de um problema de decisão multicritério, 9

1.3.1 Estrutura do problema de decisão, 10

1.3.2 A questão de múltiplos objetivos nas organizações, 13

1.4 Classificação dos métodos MCDA, 14

2 Modelos de decisão e seleção de métodos, 18

2.1 Modelos e métodos de apoio a decisão, 18

2.1.1 Modelos, 18

2.1.2 Modelos de decisão e métodos de apoio a decisão, 19

2.2 Construção de modelos de decisão, 21

2.3 Seleção de métodos, 24

2.3.1 Escolha de abordagens quando não se usam modelos formais, 24

2.3.2 Questões básicas para a escolha de um método multicritério, 25

2.4 Elementos básicos em decisão multicritério, 27

2.4.1 Estruturas de preferências, 27

2.4.2 Família de critérios, 31

2.4.3 Relação de dominância, 32

2.4.4 Avaliação intracritério e intercritério, 32

2.4.4.1 Avaliação intracritério, 32

2.4.4.2 Avaliação intercritério, 34

2.4.5 Tipos de escalas, 35

2.4.6 Procedimentos de normalização, 37

2.5 Métodos compensatórios e não compensatórios, 40

3 Método de agregação aditivo determinístico, 44

3.1 Modelo de agregação aditivo, 44

3.1.1 Problema de seleção de fornecedores 1, 46

3.1.2 Problema de seleção de fornecedores 2, 46

3.2 Independência preferencial e o modelo aditivo, 48

3.2.1 Um exemplo num projeto de curso de medicina, 50

3.2.2 Validação do modelo aditivo, 51

3.3 Questões peremptórias sobre os parâmetros do modelo aditivo, 52

3.3.1 O erro típico de estabelecimento de "pesos", 52

3.3.2 Problemas na escolha do procedimento de normalização, 54

3.3.3 Procedimento de normalização do caso de seleção de fornecedores, 60

3.4 Parametrização do modelo aditivo, 62

3.5 Procedimento de elicitação baseado em *trade-offs*, 63

3.5.1 Elementos básicos e notações do procedimento, 63

3.5.2 Procedimento de *trade-off*, 64

3.5.3 Comentários sobre o procedimento, 66

3.6 Métodos SMARTS e SMARTER, 67

3.7 Método de elicitação flexível, 71

3.8 Outros métodos para parametrização do modelo aditivo, 73

3.8.1 Método *Even Swaps*, 73

3.8.2 Método Macbeth, 74

3.8.3 Método AHP, 74

3.8.4 Outros métodos de agregação com função valor aditiva, 75

4 Teoria da utilidade multiatributo, 76

4.1 Estrutura geral de MAUT, 77

4.2 Espaço de consequências, 78

4.3 Axiomas da teoria da utilidade, 79

4.4 Elicitação da função utilidade unidimensional, 81

4.4.1 Elicitação de função utilidade para dinheiro, 82

4.4.2 Paradoxo de St. Petersburg, 84

4.4.3 Função utilidade condicional, 85

4.5 Função utilidade multiatributo, 86

4.6 Estudo das condições de independência preferencial em MAUT, 88

4.6.1 Estudo das constantes de escala, 92

4.6.2 Significado das constantes de escala, 95

4.7 Procedimento geral para elicitação da função utilidade multiatributo, 98

4.7.1 Preparação do decisor para avaliação, 98

4.7.2 Identificação de independência, 99

4.7.3 Avaliação da função utilidade condicional, 101

4.7.4 Avaliação das constantes de escala, 101

4.7.5 Verificação de consistência, 101

4.8 MAUT com mais de dois atributos, 102

4.9 Modelos de agregação para o caso de dependência preferencial, 103

4.10 MAUT – teoria ou método, 105

4.11 Aplicabilidade de MAUT, 106

5 Métodos de sobreclassificação, 109

5.1 Características gerais dos métodos de sobreclassificação, 109

5.2 Família de métodos ELECTRE, 111

5.2.1 Conceitos básicos, 111

5.3 Método ELECTRE I, 112

5.4 Método ELECTRE II, 117

5.5 Método ELECTRE III, 119

5.6 Método ELECTRE TRI, 122

5.7 Família de métodos PROMETHEE, 125

5.7.1 Estrutura de avaliação dos métodos PROMETHEE, 125

5.7.2 Fluxos de sobreclassificação, 130

5.8 Método PROMETHEE I, 132

5.9 Método PROMETHEE II, 133

5.10 Outros métodos da família PROMETHEE, 133

5.11 Questões práticas para o uso dos métodos PROMETHEE, 134

5.11.1 Reversão de ordem, 134

5.11.2 O uso dos métodos PROMETHEE, 135

5.11.3 Elicitação de limiares de preferência e indiferença, 138

6 Outros métodos multicritério, 140

6.1 Ponto ideal e Nadir, 140

6.2 Método TOPSIS, 142

6.3 Modelo aditivo com veto, 146

6.4 Procedimento de agregação por produto ponderado, 150

6.5 Métodos com programação matemática, 152

6.6 Métodos interativos, 153

6.7 Métodos ordinais, 154

6.7.1 Método lexicográfico, 154

6.7.2 Método de Borda, 155

6.7.3 Método de Condorcet, 157

6.8 Método de sobreclassificação TATIC, 159

7 Resolução de um problema de decisão, 161

7.1 Aspectos preliminares para resolução de problemas de decisão, 161

7.2 Um procedimento para construção de um modelo de decisão multicritério, 164

7.2.1 Etapa 1 – Caracterizar decisor(es) e outros atores, 166

7.2.2 Etapa 2 – Identificar objetivos, 167

7.2.3 Etapa 3 – Estabelecer critérios, 169

7.2.3.1 Propriedades para os critérios ou atributos, 171

7.2.3.2 Critérios probabilísticos, 172

7.2.4 Etapa 4 – Estabelecer espaço de ações e problemática, 173

7.2.5 Etapa 5 – Identificar fatores não controlados, 175

7.2.6 Etapa 6 – Efetuar modelagem de preferências, 178

7.2.7 Etapa 7 – Efetuar avaliação intracritério, 181

7.2.8 Etapa 8 – Efetuar avaliação intercritério, 183

7.2.9 Etapa 9 – Avaliar alternativas, 184

7.2.10 Etapa 10 – Efetuar análise de sensibilidade, 184

7.2.11 Etapa 11 – Analisar resultados e elaborar recomendação, 188

7.2.12 Etapa 12 – Implementar decisão, 188

7.3 Destaques ao procedimento de construção do modelo, 190

7.3.1 Flexibilidade para sequência das etapas, 190

7.3.2 Armadilhas psicológicas no processo decisório, 191

7.3.3 Modelos de decisão com avaliação de risco, 192

7.3.4 Considerações adicionais sobre compensação e não compensação, 195

7.3.5 Tópicos adicionais sobre a escolha do método multicritério, 197

7.3.6 O gerenciamento de tempo e o processo decisório, 199

7.4 O estágio de inteligência, 202

8 Aplicações e alguns modelos de decisão, 205

8.1 Modelos de decisão específicos, 205

8.1.1 Problemática de portfólio, 205

8.1.1.1 Portfólio com método multicritério não compensatório, 207

8.1.1.2 Portfólio com método multicritério compensatório, 207

8.1.1.3 Portfólio com método multicritério compensatório e sinergias entre projetos, 208

8.1.2 Modelo de decisão para espaço de ações sequencial, 209

8.1.3 Modelos integrando função utilidade com métodos de sobreclassificação, 210

8.2 Comentários sobre aplicações práticas em MCDA, 212

8.2.1 Escolhas entre MAUT e métodos de sobreclassificação, 212

8.2.2 Indicadores de desempenho, 213

8.2.3 Interpretação dos indicadores na escala de MAUT, 214

8.2.4 Avaliação de programas acadêmicos, 216

8.3 Aplicações diversas em MCDA, 218

Referências, 221

Índice Remissivo, 229

Apresentação

Este livro chega em um momento oportuno, com o crescente número de tomadores de decisão interessados em lidar cientificamente com problemas de decisão envolvendo múltiplos objetivos. Trata-se de um livro didático, escrito em português, para cursos de Graduação, e que também serve para introduzir o tema em cursos de Pós-Graduação.

No livro são apresentados os conceitos básicos, métodos e abordagens que podem ser aplicados na análise de problemas de decisão em que existem vários objetivos, muitas vezes conflitantes, para os atores envolvidos no processo decisório.

O livro atende a várias áreas do conhecimento que lidam com o tema, como a Engenharia de Produção, a Administração, a Economia, Sistemas de Informação e a Ciência da Computação e outros cursos da área de gestão.

O autor deste livro é um destacado professor da área de Engenharia de Produção no país. Ele coordena atualmente um dos principais grupos especializados neste tema no país, tem diversas publicações e contribuiu com a formação de grupos e de vários mestres e doutores no tema. É atualmente bolsista de Produtividade em Pesquisa 1A do CNPq. Além disso, o autor participa ativamente dos principais grupos de pesquisa internacionais interessados no tema, em especial do INFORMS (The Institute for Operations Research and the Management Sciences, que corresponde à Sociedade Americana de Pesquisa Operacional e Ciência da Gestão), da Decision Analysis Society e da Section on Multiple Cri-

teria Decision Making e também da International Society on Multiple Criteria Decision Making. Ressalta-se também a atuação destacada nos últimos anos do Professor Adiel Teixeira de Almeida como membro do comitê científico de eventos promovidos na área, dentre os quais o "EURO Working Group on Decision Support Systems – EWG-DSS" e o "International Annual Meeting of the Group Decision and Negotiation", eventos que envolvem o EURO Working Group on Decision Support Systems, o EURO Working Group on Decision and Negotiation Support e o INFORMS. Além disso, é membro do corpo editorial e editor de dois números especiais no periódico internacional *Group Decision and Negotiation*.

Parabéns ao autor pela obra e pela contribuição dada à formação de recursos neste tema para a ciência brasileira e por sua contribuição aos profissionais que tomam decisões nas organizações.

Horacio Hideki Yanasse

Presidente da Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO)

Prefácio

A tomada de decisão nas organizações é sempre uma forte razão de apreensão de seus gerentes e executivos. Talvez por este motivo, a tomada de decisão seja considerada atividade mais relevante de qualquer executivo. Ademais, o desempenho desses atores no processo decisório impacta diretamente na competitividade da organização e consequentemente na sua existência futura.

Este tema tem interessado a uma quantidade significativa de estudiosos no assunto, cujo número é crescente, notadamente quando a demanda abrange problemas de decisão das organizações, envolvendo múltiplos objetivos. O assunto está inserido na área de Ciência da Gestão e Pesquisa Operacional, de onde surgiu o campo que envolve os métodos multicritério de apoio a decisão. Esses métodos são aplicados na análise de problemas de decisão onde existem vários objetivos, muitas vezes conflitantes, para os atores envolvidos no processo decisório.

Este livro aborda um aspecto central, num contexto mais integrado ao processo decisório, não disponível em outras obras e que é muito carente de literatura no idioma português. O tema central é a construção de modelos de decisão multicritério, com seu tema conexo que é a seleção do método multicritério a ser empregado. Enquanto vários outros livros descrevem aspectos conceituais sobre métodos de decisão multicritério, este texto foca no processo de aplicação desses métodos. A própria descrição dos métodos principais destaca diversos aspectos de cada método, mas é efetuada para facilitar a avaliação em relação à sua escolha e ao seu uso, conduzindo a um processo final de seleção de método para aplicação em um problema em particular.

O primeiro capítulo apresenta uma visão geral e os conceitos básicos associados a problemas de decisão multicritério. O Capítulo 2 apresenta uma conceituação preliminar, versa sobre modelos de decisão e serve de preparação para um tópico central do livro, que é a construção de modelos de decisão e a seleção do método multicritério. No Capítulo 3 apresenta-se o primeiro conjunto de métodos, que envolve o modelo de agregação aditivo determinístico, seguido pela teoria da utilidade multiatributo, no Capítulo 4. O Capítulo 5 envolve um conjunto de métodos com diferente paradigma; os métodos de sobreclassificação. A descrição dos métodos, nesses três capítulos, segue uma linha de preparação para o seu uso na solução de problemas. O Capítulo 6 finaliza a apresentação sobre métodos multicritério, com uma breve visão sobre outros métodos. Finalmente, o Capítulo 7 considera a resolução de um problema de decisão, apresentando detalhadamente um procedimento para a construção de um modelo de decisão, incluindo a escolha do método mais apropriado. Esse capítulo permite a integração dos demais capítulos e o desfecho necessário para o processo decisório. Por fim, o Capítulo 8 discute sobre várias aplicações práticas desenvolvidas em situações práticas nas organizações e cujos detalhes podem ser encontrados conforme referências. Para o desenvolvimento de aplicações, algumas informações adicionais e *softwares* são disponibilizados pelo Centro de Desenvolvimento em Sistemas de Informação e Decisão (CDSID) em seu *site* (www.cdsid.org.br).

A estrutura e a concepção do livro atendem ao objetivo de servir como texto de base para disciplinas de Graduação e também na introdução do tema na Pós-Graduação. Aplica-se a cursos de Engenharia de Produção, Administração, Economia, Sistemas de Informação, Ciência da Computação (que tem buscado de forma crescente este tema) e outros cursos na área de gestão, de modo a garantir um nível adequado de conhecimento a ser transmitido ao aluno. O livro é indicado para várias disciplinas, incluindo decisão multicritério, processo decisório, sistemas de apoio a decisão, teoria da decisão, pesquisa operacional, métodos quantitativos e apoio multicritério a decisão.

Teria que agradecer a muitos pelos resultados profissionais que venho alcançando, e que de uma forma direta ou indireta contribuem com este projeto. Assim, vou destacar apenas aqueles que estão mais próximos, incluindo colegas professores e pesquisadores que fazem o CDSID e também alguns alunos, os quais fizeram revisões e sugestões em textos anteriores.

Fevereiro de 2013.

Adiel Teixeira de Almeida

1

Problemas de decisão

Pode-se dizer que um problema de decisão multicritério consiste numa situação, em que há pelo menos duas alternativas de ação para se escolher, e essa escolha é conduzida pelo desejo de se atender a múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes entre si. Esses objetivos estão associados às consequências da escolha pela alternativa a ser seguida. A esses objetivos são associadas variáveis que os representam e permitem a avaliação de cada alternativa, com base em cada objetivo. Essas variáveis podem ser chamadas de critérios, atributos ou dimensões.

Este capítulo apresenta uma visão geral e os conceitos básicos associados a problemas de decisão multicritério, com destaque para o processo de decisão nas organizações.

1.1 Decisões nas organizações

Uma alusão a decisões nas organizações leva a uma associação com várias observações feitas ao longo do tempo em relação à importância do tema, tais como:

- "Nada é mais difícil, e portanto mais precioso, do que poder decidir", de Napoleon Maxims (1804).
- "Tomar decisões é o trabalho mais importante de qualquer executivo", de Hammond et al. (1998b).

Ao mencionar *executivo*, já se observa uma primeira questão associada a um problema de decisão multicritério: a presença de um "decisor'. Esse decisor exerce um papel importante em nome de sua organização: estabelece suas preferências sobre as consequências envolvidas no problema. Isso envolve julgamento de valor pelo decisor. Em vários métodos quantitativos para a tomada de decisão (destacando-se os métodos clássicos em pesquisa operacional) não se destaca a presença de um decisor nesse mesmo sentido. Nesses métodos o julgamento de valor por um decisor não é inserido no processo.

Nas organizações há vários fatores relacionados ao processo decisório, tais como: modelo organizacional e cultura da organização, que não serão aqui considerados diretamente. O foco neste texto será direcionado à tomada de decisão na organização, sob seu aspecto de formalização metodológica, destacando-se as decisões com múltiplos objetivos (multicritério).

A formulação e a resolução de problemas de decisão são naturalmente uma preocupação crescente dentro de uma organização, envolvendo seus decisores, dos quais se destacam gerentes e executivos. O desempenho dos decisores impacta diretamente na competitividade da organização, que depende fortemente da forma como os problemas são analisados.

Várias decisões são tomadas diariamente numa organização, com ou sem o uso de métodos formais de apoio a decisão. A preocupação geral está associada com as consequências de tais decisões. Preocupa-se com a forma como estas impactam o futuro da organização. Assim, uma das preocupações naturais envolve a construção de modelos de decisão e a escolha de métodos que embasam tais decisões. Um modelo de decisão corresponde a uma representação formal e com simplificação do problema enfrentado com suporte de um método multicritério de apoio a decisão (MCDA). Esses conceitos serão detalhados posteriormente.

A construção de modelos e a escolha de métodos, no contexto organizacional, estão diretamente associadas aos atores do processo decisório. O processo decisório pode envolver apenas um decisor ou um grupo de decisores. Deve-se destacar que o decisor (seja um indivíduo ou um grupo de decisores) é o responsável pela tomada de decisão e possui poder sobre a decisão em questão. Então, uma característica importante relacionada ao decisor é o fato de que será responsabilizado pelas consequências da decisão tomada. Ou seja, se as consequências não forem satisfatórias, a organização cobrará por isso. Assim, se há múltiplos decisores, todos serão responsabilizados pelas consequências da ação escolhida.

Muitas vezes o decisor (individual) envolve outros atores no processo decisório. Isso não pode ser confundido com decisão em grupo. Em muitos casos este envolvimento se refere a um processo de coleta de informações, não necessariamente a um processo de integração ou construção de preferências conjuntas.

Este texto trata de métodos de apoio a decisão para o caso de um decisor individual. A situação de múltiplos decisores envolve os métodos de "Decisão em Grupo e Negociação", uma disciplina à parte e não abordada neste texto. Sobre esse tema pode-se consultar Almeida et al. (2012).

Mesmo no caso de decisão individual existe a situação em que há a influência de vários outros atores no processo decisório. Estes atores, do ponto de vista da organização, não exercem o poder sobre a decisão em questão, mas de alguma forma podem influenciar no processo. Ou seja, a organização não aloca poder a esses atores, nem lhes cobrará responsabilidades pelos seus atos. Assim, não são classificados como decisores. Claro que especialistas, assessores e consultores internos envolvidos no processo serão responsáveis pelas informações com que municiam o processo decisório, mas não diretamente sobre a decisão em questão. Se este for o caso, não são decisores, no conceito aqui considerado.

Assim, vários atores podem ser considerados num processo decisório, conforme várias classificações na literatura. Além do decisor, vamos destacar a seguir alguns outros atores que participam de alguma forma deste processo:

- Analista; Cliente (ou Preposto); Especialista.

O analista de decisão fornece suporte metodológico ao processo decisório. Muitas vezes o analista exerce um papel mais amplo de envolvimento com um grupo de atores para trabalhar no entendimento do problema e na obtenção de informações relevantes, tais como: geração de ideias para elencar alternativas de ação. Neste caso, o analista pode exercer o papel de Facilitador, que geralmente está associado ao desenvolvimento de um processo para promover interação entre diversos atores em reuniões estruturadas. Neste texto, dá-se ênfase ao Analista, que tem um papel primordial na interação com o decisor, ou a alguém por ele designado para desenvolver o processo de construção do modelo de decisão.

Em muitas situações reais, com frequência, o decisor (por exemplo, um executivo) não tem disponibilidade de tempo para se dedicar ao processo de construção do modelo de decisão junto com o analista, embora suas preferências sobre as consequências devam estar inseridas no modelo. Neste caso, um intermediário é designado para efetuar este trabalho. A literatura designa este intermediário por cliente ou preposto, que geralmente é um assessor mais próximo ao decisor e pode desempenhar esse papel de intermediário. Provavelmente a denominação *cliente* venha do fato de que este ator efetua o contrato com o analista, que, por sua vez, comumente é um consultor externo. Neste ponto, deve-se observar que o analista pode ser um consultor interno à organização.

Um ator importante no processo decisório é o especialista que fornece informações factuais sobre o problema em análise. Este é raramente citado na literatura de MCDA, mas está sempre presente na literatura de Teoria da Decisão

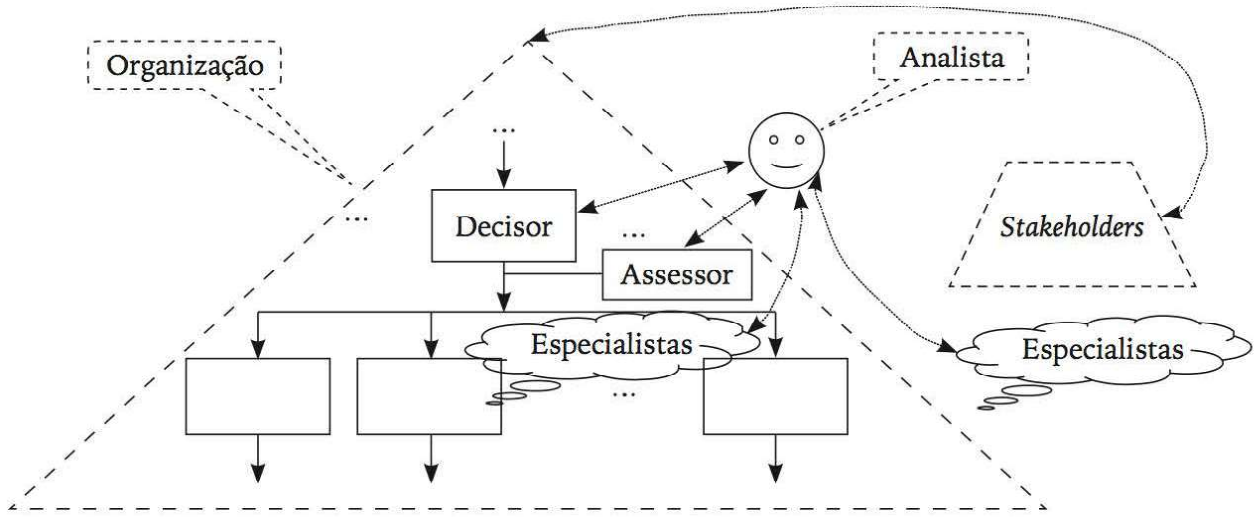
clássica. Trata-se do profissional que conhece os mecanismos de comportamento do sistema objeto de estudo e do seu ambiente que influenciam variáveis relacionadas ao problema de decisão em questão. Pode existir mais de um especialista para uma mesma variável ou diferentes especialistas para variáveis distintas. Em Teoria da Decisão clássica, que incorpora os mecanismos probabilísticos desses sistemas, essas variáveis de interesse são chamadas de Estados da Natureza.

Um ator chamado de *stakeholder*, de acordo com Roy (1996), tenta influenciar o decisor de alguma outra forma, através de algum tipo de pressão, visto que geralmente é afetado pela decisão a ser tomada. Além disso, o decisor pode querer contemplar, em parte, o sistema de valores desse tipo de ator.

Podem existir outros atores, que podem ser chamados de *terceira parte*. Estes atores, na visão de Roy (1996), são afetados pela decisão a ser tomada e têm um papel passivo no processo decisório. Por outro lado, o decisor pode querer contemplar as preferências desses atores.

Assim, basicamente o analista vai interagir para obter informação factual do(s) especialista(s) e informação preferencial do decisor ou cliente, que são pressionados por *stakeholders*. A Figura 1.1 ilustra como esses atores interagem em torno do problema, numa organização. A organização está representada por uma estrutura hierárquica departamental, na qual um gerente ou executivo é indicado na cadeia de comando, responsável por uma das áreas da organização. Os *stakeholders* estão ligados à organização, que adota algumas ações que os atingem, e por isso pressionam essa organização, representada por seus decisores. O analista interage com os especialistas, que podem ser externos ou internos à organização. O analista também interage com o decisor e/ou seu assessor, que pode atuar como seu cliente.

Figura 1.1 – Interação entre os atores no processo decisório de uma organização.



Fonte: O autor.

Muitas organizações adotam uma visão do ator racional como abordagem básica para seu processo decisório. Neste ponto, é interessante distinguir algumas abordagens básicas em relação a algumas perspectivas básicas para o estudo de tomada de decisão.

A literatura de Análise de Decisão (denominação atualmente mais usual para Teoria da Decisão Clássica) distingue entre três perspectivas para o estudo de tomada de decisão: Descritiva, Normativa, Prescritiva (EDWARDS et al., 2007). A literatura de MCDA, em geral, considera também uma quarta perspectiva para o processo de tomada de decisão: Construtivista.

A abordagem Descritiva está focalizada em descrever como as pessoas decidem em situações reais, no dia a dia das organizações. A preocupação se concentra em descrever de que forma o decisor faz julgamentos e escolhas na tomada de decisão. Em geral, os estudos nessa área apresentam de que forma as pessoas podem ser inconsistentes com alguma racionalidade preestabelecida. Esses estudos podem também avaliar tipos de erros sistemáticos efetuados pelas pessoas, quando estão analisando e fazendo escolhas. Essa abordagem é desenvolvida pelos que atuam na área de tomada de decisão comportamental (*behavioral decision making*). Nem sempre são formuladas novas teorias de racionalidade, com base nesses estudos. No entanto, a Teoria Prospectiva (*Prospect*) de Kahneman e Tversky (EDWARDS et al., 2007) foi proposta a partir de estudos nessa linha de trabalho, mostrando de que forma as pessoas podem se desviar da abordagem normativa de Teoria da Utilidade Esperada.

A abordagem Normativa focaliza na escolha racional, que é seguida por várias organizações, seja de forma ampla ou parcial, em sua estrutura organizacional, ilustrada na Figura 1.1. Para a escolha racional, modelos normativos são construídos, com base em uma estrutura axiomática que procura garantir uma lógica para o processo decisório. Assim, podem ser formulados vários diferentes modelos normativos, existindo, portanto, várias definições (axiomáticas) para racionalidade. Um exemplo clássico de uma dessas racionalidades é fornecido pela Teoria da Utilidade de von Neuman and Morgenstern (1944), que representa um exemplo da abordagem Normativa (EDWARDS et al., 2007; BOUYSSOU et al., 2006).

A abordagem Prescritiva aplica uma das abordagens normativas, utilizando os resultados obtidos na abordagem descritiva. Ou seja, a partir do conhecimento de erros e inconsistências, observados na área de decisão comportamental, procedimentos são construídos para prescrever modelos que atendem a certa norma. A ideia é apoiar decisores no sentido de que eles tomem melhores decisões com base em modelos normativos. Para tal, tentam-se evitar vieses e erros conhecidos por meio dos estudos da abordagem descritiva (EDWARDS et al., 2007; BOUYSSOU et al., 2006). Os procedimentos prescritivos incorporam solução para algumas questões práticas que podem surgir quando da aplicação dos modelos normativos.

Na literatura de MCDA, em geral, a abordagem Construtivista é apontada como um meio alternativo para a abordagem Prescritiva na construção de modelos de decisão. Consiste num processo interativo, em que o decisor interage com o analista, com apoio de algum método (que pode incluir também uma ferramenta), de forma a construir uma solução para o problema enfrentado. Até este ponto parece similar com a abordagem prescritiva, que faz o mesmo para modelar as preferências do decisor, com o uso de procedimentos estruturados de elicitação de preferências, visto que alguns procedimentos podem ser interativos. Uma diferença surge no grau de interatividade, que é bem mais elevada na abordagem construtivista, visto que se assume um paradigma de aprendizado especialmente pelo decisor, neste processo (BOUYSSOU et al., 2006).

Na abordagem prescritiva assume-se que o decisor já tem em sua mente uma estrutura de preferências, por exemplo, uma função utilidade. O Processo de Interação busca extrair (significado de elicitação – *elicitation*) esta preferência da mente do decisor. Na abordagem Construtivista assume-se que o decisor ainda não tem em sua mente uma estrutura de preferências consolidada, por exemplo, uma função utilidade bem definida. O Processo de Interação busca então a aprendizagem sobre preferências que sejam adequadas à solução do problema. São visões filosóficas bem distintas. Em alguns procedimentos de apoio a decisão isso pode fazer diferença, por exemplo, nos algoritmos de busca para problemas de programação linear multiobjetivo. Para alguns métodos essa questão pode não fazer muita diferença prática, sendo ignorada por muitos. Deve-se observar isso com cuidado em uma organização. Embora as abordagens prescritiva e construtivista sejam associadas a alguns métodos de MCDA, elas estão mais relacionadas ao processo de interação entre analista e os outros atores, no processo decisório.

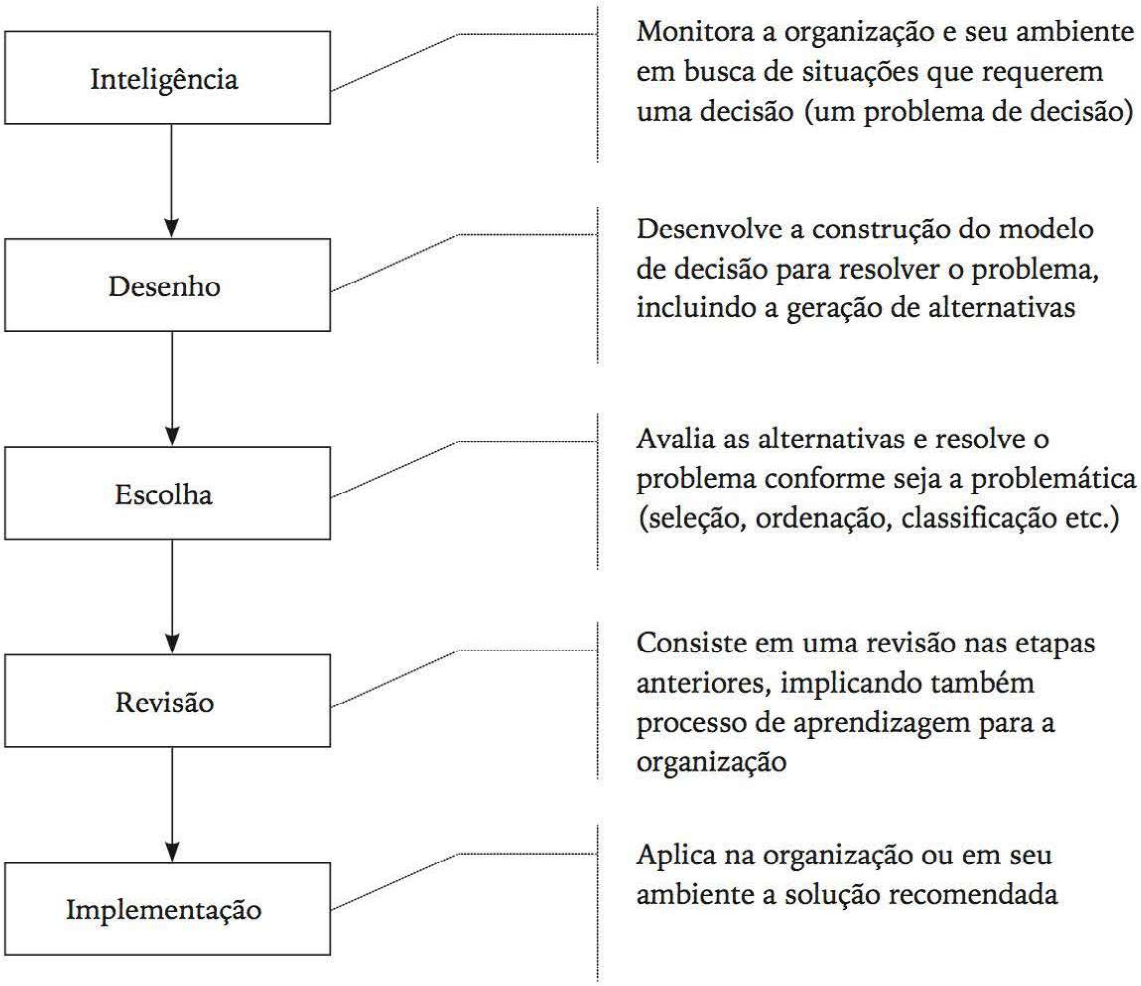
1.2 Uma visão para processo decisório nas organizações

Na visão de Simon (1960), três estágios são considerados no processo decisório: inteligência, desenho e escolha. Essa visão é muito usada em estudos na literatura de sistemas de apoio a decisão e sistemas de informação (BIDGOLI, 1989; SPRAGUE; WATSON, 1989; DAVIS; OLSON, 1985; THIERAUF, 1982), que acrescenta outros estágios, destacando na forma mais geral, um quarto estágio: implementação. O estágio de revisão, antes da implementação, é também considerado (POLMEROL; BARBA-ROMERO, 2000). A Figura 1.2 ilustra esta visão para o processo decisório, com algumas adaptações para cada estágio.

O estágio de Inteligência consiste em se monitorar a organização e seu ambiente em busca de situações que requerem uma decisão. Esse estágio traz para a organização uma visão proativa, que busca uma antecipação aos problemas,

de forma antagônica à postura reativa, onde se espera até que os problemas se apresentem para se aplicar os estágios seguintes desse modelo. Um exemplo de ação nesse estágio pode ser ilustrado pelas visitas periódicas que um executivo de marketing faz a seus clientes-chaves para avaliar eventuais problemas e identificar novas necessidades.

Figura 1.2 – O processo decisório em quatro estágios.



Fonte: Adaptada de Bidgoli (1989) e Polmerol e Barba-Romero (2000).

Uma das formas de desenvolver o estágio de inteligência consiste em comparar a situação atual na organização (ou numa parte dela) e em seu ambiente, com o estado desejado. Ou seja, o buscador de problemas vai comparar o *status* presente com o *status* desejado em cada processo da organização. Se diferenças são identificadas, avalia-se se há indícios de problemas.

Numa organização que desenvolve gestão estratégica, esse estágio é fundamental e, no âmbito estratégico, consiste no monitoramento do ambiente em

busca de informações que indiquem a existência de um problema de decisão que requeira ser analisado e estudado. Um problema estratégico pode se apresentar na forma de dificuldades e ameaças ou na forma de oportunidades.

Pode-se observar que há certa conexão entre esta visão do estágio de inteligência de Simon (1960) e a proposta de VFT (*Value Focused Thinking*) de Keeney (1992). De qualquer forma, a abordagem VFT pode ser vista como uma forma estruturada para o desenvolvimento desse estágio de inteligência.

A maioria das definições para o estágio de desenho destaca todo o processo de geração de alternativas, envolvendo invenção, desenvolvimento de um conjunto de alternativas, pré-análise para averiguar viabilidade, dentre outros fatores relacionados à construção do espaço de alternativas para solução do problema. Em sua maioria, essas definições e conceitos surgiram em uma época associada ao uso de métodos clássicos de pesquisa operacional (PO), dando destaque ao desenvolvimento de alternativas, enquanto os procedimentos e algoritmos de PO são ressaltados no estágio de escolha. No entanto, algumas ressalvas foram desenvolvidas sobre a questão de "formulação do problema", que poderia estar em parte nos dois estágios: inteligência e desenho. Na formulação do problema se destacam os cuidados que se deve ter para clarificar o problema, para não se estudar um problema diferente do real problema enfrentado pela organização. Isso implica em dar atenção especial ao enunciado do problema. Essa questão está fortemente relacionada ao processo de modelagem.

Acrescentamos que nesse estágio de desenho se desenvolve a construção do modelo de decisão para resolver o problema em questão. Toda a interação com o decisor para a modelagem de preferências será desenvolvida nessa fase, embora o decisor também participe de outras fases para outras finalidades. Nessa fase também se desenvolve a escolha do método MCDA a ser aplicado.

Na fase de escolha se desenvolve a avaliação das alternativas para resolver o problema conforme seja a problemática. Aqui se observa uma limitação na denominação desse estágio, associada a apenas uma problemática (escolha), quando na realidade se deve incluir qualquer das problemáticas: seleção (escolha) de uma alternativa, ordenação das alternativas, classificação etc.

Antes da implementação da decisão, tem-se o estágio de revisão, no qual se desenvolve uma avaliação de todas as etapas anteriores para se avaliarem desvios, erros e inconsistências eventuais. Nesse estágio, a organização pode incorporar um processo de aprendizagem a respeito de seu processo decisório.

No estágio de implementação se aplica na organização ou em seu ambiente a solução recomendada na fase de escolha. A comunicação da decisão, que é considerada como parte desse estágio, pode ser um subprocesso muito importante desse estágio.

Davis e Olson (1985) destacam que a qualquer momento pode-se retornar a uma fase anterior do modelo de Simon para rever o que foi desenvolvido anteriormente. Isso pode ocorrer devido a uma nova percepção da situação, entendida em fases posteriores.

1.3 Visão geral de um problema de decisão multicritério

O problema do decisor consiste em avaliar os múltiplos objetivos, de forma integrada. Objetivos esses representados por variáveis, muitas vezes em unidades de medida diferentes.

A questão de múltiplos objetivos em problemas de decisão foi considerada desde cedo, logo nas primeiras décadas do surgimento da teoria da utilidade de von Neumann e Morgenstern (1944), quando se mostrou que qualquer consequência em uma decisão é mais naturalmente descrita por meio de um vetor que representa valores em mais de uma dimensão (objetivo). Simon (1955) destaca que um indivíduo pode ter que considerar certo número de dimensões que não têm um denominador em comum. Para resolver o problema, a tarefa consistiria em agregar esse vetor obtendo uma avaliação numérica, que esteja pelo menos numa escala intervalar (EDWARDS; BARRON, 1994). O problema multicritério de tratamento médico é abordado por Raiffa (1968), por meio de Teoria da Utilidade Multiatributo, embasado na sua experiência em várias decisões envolvendo a área de saúde, incluindo decisões sobre cirurgias. Em um dos estudos, sete aspectos são considerados, dentre os quais: custo do tratamento, número de dias no leito do hospital e ocorrência de eventual complicação. Uma discussão interessante é apresentada por Raiffa, discorrendo sobre quem deveria ser o decisor: o médico ou o paciente.

Um texto muito citado para mostrar a natureza de um problema multicritério para uma decisão do tipo fazer ou não fazer data de 1772. Consiste numa carta de Benjamim Franklin, onde apresenta uma sugestão para análise de um problema (HAMMOND et al., 1998a; HAMMOND et al., 1999; FIGUEIRA et al., 2005). Nessa carta, Benjamim Franklin apresenta um procedimento para se encontrar a solução que denomina de álgebra prudencial:

> "In the affair of so much importance to you, wherein you ask my advice, I cannot, for want of sufficient premises, advise you what to determine, but if you please I will tell you how. [...], my way is to divide half a sheet of paper by a line into two columns; writing over the one Pro, and over the other Con. [...] When I have thus got them all together in one view, I endeavor to estimate their respective weights; and where I find

> two, one on each side, that seem equal, I strike them both out. If I find a reason pro equal to some two reasons con, I strike out the three. If I judge some two reasons con, equal to three reasons pro, I strike out the five; and thus proceeding I find at length where the balance lies; and if, after a day or two of further consideration, nothing new that is of importance occurs on either side, I come to a determination accordingly. [...] I have found great advantage from this kind of equation, and what might be called moral or prudential algebre."

Esse método consiste em analisar a implementação ou não de uma ação, relacionando os prós e contras (que são os critérios) de sua implementação em duas colunas, de forma que estas podem ser simbolizadas por dois lados de uma balança. Depois, esses critérios são confrontados, em função de seu grau de importância, utilizando o procedimento para eliminação de argumentos prós e contras, até um ponto em que fique claro que coluna tem maior peso. Isso equivaleria a observar para que lado a balança pende.

1.3.1 Estrutura do problema de decisão

Uma condição básica para a existência de um problema de decisão é a existência de pelo menos duas alternativas para que o decisor possa efetuar uma escolha.

Assim, para um problema de decisão tem-se um conjunto de alternativas, para o qual o decisor deseja efetuar uma comparação e ter uma posição sobre elas. O conjunto de alternativas poderia ser contínuo. Para os estudos desenvolvidos neste texto assume-se que o conjunto de alternativas é discreto, representado por: $A = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$. Isso significa que cada alternativa a_i representa um curso de ação disponível no conjunto de n possíveis alternativas disponíveis para implementação pelo decisor.

Quando se diz que o decisor pretende ter uma posição sobre as alternativas no conjunto A, refere-se a uma avaliação de acordo com uma das problemáticas. Uma problemática consiste numa forma de classificar o tipo de problema de decisão a partir da forma como o decisor deseja ter uma posição comparativa sobre o conjunto de alternativas A.

Roy (1996) apresenta uma visão na qual o resultado pretendido em determinado problema pode ser identificado entre quatro tipos de problemática:

- **Problemática P.α** – Problemática de Escolha: tem como objetivo esclarecer a decisão pela escolha de um subconjunto do espaço de ações, sendo chamada de problemática de escolha. O problema de otimização é um caso particular dessa problemática.

- **Problemática P.β** – Problemática de Classificação: tem como objetivo a alocação de cada ação a uma classe, sendo chamada de problemática de classificação. As diferentes categorias são definidas *a priori* a partir de normas aplicáveis ao conjunto de ações.
- **Problemática P.γ** – Problemática de Ordenação: tem como objetivo ordenar as ações, sendo chamada de problemática de ordenação.
- **Problemática P.δ** – Problemática de Descrição: tem como objetivo apoiar a decisão através de uma descrição das ações e de suas consequências.

Além disso, pode ser considerada a Problemática de Portfólio, que tem o objetivo de escolher, do conjunto de alternativas, certo subconjunto que atenda aos objetivos, sob determinadas restrições. Um exemplo típico para essa problemática é a seleção de portfólio de projetos. Trata-se, então, da seleção de um subconjunto de projetos que eleva o valor total de benefícios obtidos (consequências), sujeito a uma restrição orçamentária (podem existir outras restrições).

Outro elemento básico num problema de decisão está relacionado às consequências que podem ser obtidas com cada alternativa. A alternativa é avaliada em função das consequências.

O decisor na realidade escolhe que consequência deseja obter. Em função disso busca-se a alternativa que lhe forneça a consequência mais desejável.

Nesse ponto é válido mostrar que essa visão não é recente. Péricles (cerca 430 a.C.) apresentou a oração de um funeral, conforme segue (Thucydides, *History of the Peloponnesian War*, II, 40):

> "Nós Atenienses, pessoalmente, tomamos nossas decisões sobre políticas e as submetemos a uma discussão apropriada. Para nós, não pensem que há uma incompatibilidade entre palavras e atitudes; a pior coisa é se apressar numa ação antes que as suas consequências tenham sido propriamente debatidas. E isto é outro ponto onde nós diferimos de outros povos. Nós somos capazes, ao mesmo tempo, de assumirmos riscos e os estimarmos antecipadamente. Outros tiram a bravura da ignorância; e, quando eles param para pensar, eles começam a temer. Mas, o homem que pode o mais confiavelmente ser considerado bravo é aquele que melhor sabe o significado do que há de melhor e pior na vida, e então vai destemido para encontrar o que estiver para vir."

A questão então é que para cada alternativa o decisor recebe uma consequência que tem várias dimensões, num problema de decisão multicritério. Cada dimensão representa a consequência em um dos critérios.

Então, de forma simples, para avaliar as alternativas considera-se uma Matriz de Consequências que pode ser representada tal como na Tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Matriz de Consequências para problema de seleção de fornecedores

Alternati-vas\Critérios	Preço ($)	Nível Técnico (grau)	Defeitos (taxa)	Confia-bilidade (taxa)	Entrega em tempo (taxa)	Capacidade de suprimento (itens)	Tempo de reparo (semana)	Período de garantia (meses)
Forn. 1	55	2	0,04	80	0,85	400	2	4
Forn. 2	40	1	0,01	95	0,95	700	1	3
Forn. 3	45	1	0,02	90	0,98	600	1	3
Forn. 4	50	3	0,06	70	0,9	500	3	4

Fonte: Xia e Wu (2007).

Esse exemplo será utilizado para ilustrar algumas questões analisadas neste texto. Conforme se observa na Tabela 1.1, as alternativas são quatro e são apresentadas nas linhas, representando os quatro fornecedores a serem analisados, de forma que a primeira alternativa a_1 = Forn 1. Os critérios correspondem a oito e são apresentados nas colunas: Preço, Nível Técnico, Defeitos, Confiabilidade, Entrega em tempo, Capacidade de suprimento, Tempo de reparo, Período de garantia.

Esse problema refere-se a um problema típico de seleção de fornecedores (XIA; WU, 2007). O decisor está interessado em selecionar um fornecedor, avaliando o conjunto disponível, conforme as consequências que este traz em relação a oito dimensões, que são os critérios. A Matriz de Consequências informa que consequência se poderá obter para cada alternativa, considerando um problema determinístico.

Nesse ponto, deve-se destacar que as consequências podem ser representadas como variáveis determinísticas ou probabilísticas. Nesse exemplo, tem-se que todas as consequências são determinísticas. Em alguns casos pode ser mais interessante avaliar algumas dessas consequências como probabilísticas. Por exemplo, é razoável supor que o tempo de reparo seja uma variável aleatória e que essa consequência seja representada por uma distribuição de probabilidade. Nesse problema (XIA; WU, 2007) exposto na Tabela 1.1, esse critério foi tratado como sendo determinístico como uma forma de simplificação.

A partir da Matriz de Consequências, será visto que esse problema de seleção de fornecedor poderá ser analisado, conforme será ilustrado em outras seções deste livro.

1.3.2 A questão de múltiplos objetivos nas organizações

Conforme se observa no problema de seleção de fornecedores apresentado anteriormente, a questão de múltiplos objetivos está sempre presente nos problemas de decisão enfrentados em uma organização.

Para a vasta maioria dos problemas analisados, quando se paga por algo, tem-se uma contrapartida; ou vice-versa: quando se recebe algo, tem-se um custo associado. Na realidade quando um problema é analisado como mono-objetivo, geralmente os outros objetivos são considerados como restrições.

Em geral, há muitos problemas analisados dentro da estrutura de uma organização, que são problemas multicritérios, especialmente quando se está nos níveis mais altos da estrutura hierárquica e quando os problemas de decisão são de natureza estratégica.

Então um problema desse tipo, ocasionalmente, pode ser analisado sem que seja com o apoio de um método MCDA. Se todas as consequências para cada um dos critérios no problema de seleção de fornecedores (Tabela 1.1) puderem ser representadas ou avaliadas em unidade monetária, de uma forma que seja consistente para a organização, então o problema pode ser analisado sem que seja necessária a participação do decisor para representar as preferências da organização em relação à combinação dos múltiplos objetivos. Assim, um método MCDA não seria necessário.

Os métodos MCDA são claramente necessários, quando não se podem representar todos os objetivos de um problema através de uma única métrica, tal qual unidades monetárias. Um problema resolvido com a técnica de análise custo-benefício é tipicamente um problema multicritério. Nesse caso, os objetivos são representados por variáveis monetárias. Nessa situação é possível combinar essas diversas variáveis e obter um resultado síntese, que representa a avaliação global de uma dada alternativa. Essa combinação é claramente possível, pois as variáveis estão em uma mesma unidade de medida (monetária). Quando isso não for possível, tem-se uma situação em que um método MCDA é necessário. No entanto, algumas vezes se utiliza a técnica de análise custo-benefício inadequadamente, agregando os diferentes objetivos de uma forma que pode ser inconsistente com os interesses (preferências, envolvendo julgamento de valor) dos agentes de decisão. Isto é, por meio de uma representação inadequada de valores para os objetivos da organização.

Utilizando um método MCDA, a combinação dos objetivos se fará através da avaliação subjetiva de um gerente ou executivo, que assume tal papel perante a organização, que o incumbiu de tal responsabilidade. Então, tem-se uma situação em que os múltiplos objetivos são combinados e avaliados subjetivamente.

É importante perceber que essa subjetividade é uma parte inerente ao problema. Nesse caso, retirar a subjetividade desse problema seria como se se estivesse alterando o problema e resolvendo outro que não fosse de interesse da organização. Muitos problemas de decisão nas organizações são avaliados rotineiramente com base na subjetividade do decisor. A questão de que trata este livro é de que forma se pode apoiar metodologicamente esse fato.

Há muitas situações em que a subjetividade está presente nos problemas de decisão numa organização. Isso é ainda mais forte em sistemas de produção de serviços, como é o caso de sistemas de telecomunicações ou de fornecimento de energia elétrica, por exemplo. Nesse tipo de sistema, o produto é entregue ao cliente no momento em que é produzido. No caso de sistemas de produção de bens, o produto é produzido antes e pode, inclusive, ser estocado para ser entregue posteriormente. Assim, os problemas de produção não atingem de imediato o cliente, podendo ser representados por custos adicionais para implementação de ações que visem a manter os compromissos de prazos e qualidade. Ou seja, outros objetivos, tais como prazos e qualidade, podem ser representados por custos adicionais, visto que não são diretamente percebidos pelo cliente, pois não há uma interação direta entre o sistema e o cliente. Já nos sistemas de produção de serviços, os problemas de produção se apresentam diretamente para o cliente.

Embora tenha sido admitida uma predominância no uso de métodos MCDA no contexto de sistemas de produção de serviços, deve-se observar que, em várias situações em contextos relativos a sistemas de produção de bens, pode haver fortes justificativas para o uso de métodos MCDA. Por exemplo, há vários problemas estratégicos em que a avaliação da imagem da empresa precisa ser incorporada; mesmo num sistema de produção de bens, a consideração de tal critério dificilmente escapará de uma abordagem subjetiva. O problema de seleção de fornecedores, ilustrado anteriormente, é um exemplo claro de um típico problema existente nesse tipo de sistema, que requer em várias ocasiões o uso de métodos MCDA.

1.4 Classificação dos métodos MCDA

Há vários métodos desenvolvidos para o tratamento de problemas multicritério. Esses métodos podem ser classificados de diversas formas. A seguir serão consideradas algumas dessas classificações.

Os métodos podem ser classificados conforme a natureza do conjunto de alternativas A:

- conjunto discreto; ou

- conjunto de alternativas contínuas.

Wallenius et al. (2008) consideram os métodos divididos entre esses dois grupos; denominam de: problemas multicritério de conjunto discreto de alternativas e problemas multicritério de otimização. Deve-se observar que a maioria dos problemas de natureza gerencial se apresenta com um conjunto discreto de alternativas, dando certo destaque a esse conjunto de métodos MCDA discretos. Este livro tem um foco com maior ênfase nos métodos do primeiro tipo, embora os conceitos gerais discutidos sejam válidos para todos os outros métodos.

O segundo tipo de classificação corresponde ao uso de métodos de programação matemática, com destaque especial para PLMO (programação linear multiobjetivo), incluindo programação não linear. Essa classificação fornece uma importante divisão do ponto de vista metodológico e do ponto de vista prático no uso de métodos. Todavia, tem apenas um pequeno problema de natureza conceitual quando se considera programação inteira neste segundo grupo, visto que o conjunto de alternativas é discreto. Do ponto de vista metodológico e de aplicações práticas, é interessante considerar os métodos com programação inteira neste segundo grupo, dada a similaridade de tratamento.

Uma classificação muito comum, encontrada na literatura para os métodos MCDA, considera três tipos principais de métodos (ROY, 1996; VINCKE, 1992; PARDALOS et al., 1995):

- métodos de critério único de síntese; são assim chamados, pois agregam os critérios em um único critério de síntese;
- métodos de sobreclassificação (*outranking*); superação, prevalência ou subordinação;
- métodos interativos.

Os métodos interativos podem estar associados a problemas discretos ou contínuos. Em sua maioria, os métodos de PLMO utilizam procedimentos interativos e nessa classificação são incluídos como métodos interativos.

Os dois primeiros grupos de métodos são bem representativos de vários métodos discretos. Para o primeiro grupo, destacam-se os métodos baseados no modelo aditivo determinístico, que, sendo o mais utilizado, é apresentado no Capítulo 3. Para o segundo grupo, destacam-se a família de métodos ELECTRE e a família de métodos PROMETHEE.

Merece também destaque no primeiro grupo de métodos a Teoria da Utilidade Multiatributo, referida por MAUT (*Multi-Attribute Utility Theory*), e que foi derivada da Teoria da Utilidade (KEENEY; RAIFFA, 1976). MAUT incorpora à

Teoria da Utilidade a questão do tratamento de problemas com múltiplos objetivos. Esses objetivos são representados por atributos (GOMES et al., 2009). MAUT está associada a outros temas, tais como Teoria dos Jogos e Teoria da Decisão. MAUT é apresentada com destaque no Capítulo 4.

Na classificação de Pardalos et al. (1995), além dos três grupos acima, há um quarto, chamado de abordagem de desagregação de preferências, que consiste em se fazer uma avaliação global das alternativas, com base em avaliações do decisor, e depois é construída uma função de avaliação e agregação por critérios. No entanto, esse grupo pode ser considerado como um caso particular do grupo relativo a critério único de síntese, sendo que seu destaque está apenas na forma de especificação dos parâmetros relativos à preferência.

Há algumas outras classificações sugeridas na literatura, que não são detalhadas neste texto. No entanto, alguns outros métodos ou tipos de métodos são mencionados a seguir. Muitos desses métodos têm características encontradas em métodos específicos dentre os três grupos apresentados acima.

- Métodos de agregação ordinal: desenvolvem a agregação dos critérios para os casos em que as avaliações intracritério são apresentadas através de informações ordinais. Alguns métodos de sobreclassificação consideram esse tipo de avaliação.
- Métodos de agregação baseados em informação parcial: esses métodos podem ser considerados quando não se dispõe de todas as informações para se desenvolver a avaliação. Na maioria das ocasiões, isso se refere à informação intercritério. Esses métodos podem estar associados a qualquer dos três tipos de métodos da classificação acima.
- Métodos com lógica *Fuzzy*: são utilizados para tratamento de problemas em que se considera imprecisão nas informações. Algumas vezes se usa o termo *"incertezas"* nas informações, que se distingue do conceito usado nos métodos baseados em Teoria da Utilidade. No caso de Método *Fuzzy*, essa incerteza está associada a dificuldades que o decisor pode ter para especificar preferências de forma completa. De certa forma, esse conjunto de métodos está associado à questão de informação parcial, mas são destacados à parte devido a sua especificidade e também a sua abrangência. Para mais detalhes sobre esta abordagem pode-se consultar Pedrycz et al. (2011).

Uma abordagem já mencionada e que merece destaque adicional é a Teoria da Decisão (*Decision Theory*) ou Análise de Decisão (*Decision Analysis*), que se aplica bem a situações em que há incerteza no processo decisório (RAIFFA, 1968; BERGER, 1985; KEENEY; RAIFFA, 1976; SOUZA, 2002). No contexto

de decisão multicritério, essa abordagem é contemplada no Capítulo 4, incluída em MAUT, conforme tem sido usualmente considerada.

A expressão "*decision analysis*" tem sido usada com maior frequência para essa abordagem, dando inclusive nome da sociedade da área ligada ao INFORMS (*Institute for Operations Research and the Management Sciences*), que é Associação Americana na área de Pesquisa Operacional. Aliás, a DAS (*Decision Analysis Society*) está sempre entre as duas maiores e mais importantes sociedades do INFORMS. A expressão "*Análise de Decisão*" foi proposta por Ronald A. Howard, em 1966, em seu artigo intitulado "Análise de decisão: teoria da decisão aplicada", no qual considerou também a expressão "*Engenharia de Decisão*" (Garber, 2009). Howard afirma que a diferença entre Teoria da Decisão e Análise de Decisão é a mesma que existe entre física e engenharia. E acrescenta que Análise de Decisão tem suas raízes na engenharia.

Por fim, uma classificação que merece destaque é relativa aos métodos:

- compensatórios; e
- não compensatórios.

De uma forma mais evidente que as outras classificações, esta deve ser contemplada na análise do problema, quando se pretende atender à estrutura de preferências do decisor e ao tipo de racionalidade que este considera no contexto em estudo. Certamente, isso deve influenciar a escolha do método. Essa classificação pode ser associada de forma a fazer um cruzamento em todas as classificações anteriores.

Mais detalhes sobre os métodos compensatórios e não compensatórios serão vistos no final do Capítulo 2.

2

Modelos de decisão e seleção de métodos

Neste capítulo é efetuada uma preparação para um tópico central deste texto, que é a construção de modelos de decisão multicritério, com sua conexa seleção do método multicritério a ser usado.

Este capítulo fornece uma base de motivação necessária para a leitura de tópicos mais densos e das teorias associadas com os principais métodos apresentados nos capítulos seguintes.

2.1 Modelos e métodos de apoio a decisão

2.1.1 Modelos

Um modelo corresponde a uma representação formal e simplificada da realidade. O modelo representa um sistema ou uma situação real e permite a sua análise para que conclusões possam ser tiradas sobre seu funcionamento e desempenho. Ackoff e Sasieni (1968) apresentam uma descrição detalhada sobre modelos, com destaque para modelos matemáticos, que também são de interesse deste texto.

Um modelo não pode ser tão simples de forma que leve a erros na análise da situação estudada, também não pode ser tão complexo de modo a se tornar

intratável. A tratabilidade é um dos pontos principais a nortear os limites de simplificação *versus* precisão do modelo.

Há vários exemplos de modelos não matemáticos que são usados para representar diversas situações. Alguns exemplos são: (a) mapas, que permitem localizações e podem apoiar no estabelecimento de rotas entre duas localidades diferentes; a simplificação ou complexidade do mapa pode facilitar ou dificultar (na falta de informação relevante); (b) um organograma de uma empresa permite analisar como funciona sua estrutura funcional, embora vários fatores relativos ao seu processo de funcionamento não estejam representados. O organograma pode ser classificado como um modelo conceitual.

Dentre os tipos de modelos há os que são classificados como simbólicos, que usam símbolos, letras e números para representar variáveis e suas relações. Por poderem tomar a forma de relações matemáticas, esses modelos podem ser chamados de modelos matemáticos, sendo de nosso interesse para o estudo de modelos de decisão. A seguir, um simples exemplo de um modelo: $V = f(X,Y)$. Esse modelo representa o valor (V) de uma alternativa de projeto na organização em função de duas variáveis (X e Y), que representam dois objetivos de interesse para a organização, sendo X o custo do projeto e Y a imagem da organização com a implementação do projeto. Várias outras variáveis podem fazer parte desse modelo para representar outros objetivos relevantes. A função f pode ser aditiva ou de outra forma para representar a relação entre os objetivos.

Modelos conceituais são também muito úteis no estudo de um problema de decisão, pois permitem representar a concepção inicial das variáveis e seus relacionamentos, podendo também representar uma sequência de ações.

O uso de modelos foi disseminado nas áreas de gestão, engenharia, saúde e muitas outras, para apoiar a descrição, estudo, análise e outras atividades em relação a problemas ou sistemas de interesse.

No contexto de decisões nas organizações, é importante distinguir entre o uso desse conceito e de método de apoio a decisão. Outra questão que é central neste texto está associada à construção de modelos de decisão.

2.1.2 Modelos de decisão e métodos de apoio a decisão

O significado das expressões "modelo de decisão" e "método de apoio a decisão" e mesmo a distinção entre elas pode variar entre textos. Neste livro segue-se uma visão mais geral, cuja explicitação é válida, destacando que pode haver algumas variações.

Um modelo de decisão multicritério corresponde a uma representação formal e com simplificação do problema de decisão com múltiplos objetivos enfrentado pelo decisor. Esse modelo de decisão deve incorporar a estrutura de preferências do decisor para o problema em questão. Geralmente, esse modelo de decisão é desenvolvido com base em algum método de apoio a decisão.

Um método de apoio a decisão multicritério consiste numa formulação metodológica ou numa teoria, com estrutura axiomática bem definida, que pode ser usado para construir um modelo de decisão que vise à solução de um problema de decisão específico. Os métodos MCDA foram apresentados de forma mais geral na Seção 1.4.

O método de apoio a decisão tem uma característica mais genérica e se aplica a uma classe mais ampla de problemas de decisão, enquanto o modelo de decisão tem uma natureza específica, devendo muitas vezes incorporar a estrutura de preferências de um decisor. Alguns modelos podem ser construídos para um problema específico, por exemplo, seleção de fornecedores, que tenha uma gama mais ampla de aplicação, sem incorporar uma estrutura de preferências muito específica. Esse modelo mais geral, para seleção de fornecedores, pode contemplar um método multicritério de critério de síntese, como o modelo de agregação aditivo, mas sem definir os parâmetros relativos à interação entre os critérios.

A expressão acima, "modelo de agregação aditivo", pode parecer uma variação ou exceção no emprego do termo *modelo*. A justificativa para isso está no fato de que se refere a uma classe de métodos multicritério que usam este modelo matemático (aditivo) para efetuar a agregação dos critérios

Um modelo pode usar um método multicritério, dentre um dos tipos apresentados na seção 1.4, mas que não seja totalmente adequado ao problema. Isso pode ocorrer como uma simplificação, para evitar um método mais complexo, que traria uma maior dificuldade ao modelo. Nesses casos, sempre será necessária a avaliação geral requerida a qualquer modelo, que consiste no confronto entre sua simplicidade e sua precisão. Como simplificação, um modelo terá erros. Por outro lado, apesar desses erros, esse modelo ainda assim, poderá ser útil.

Por isso, a seguinte afirmação ficou tão célebre (BOX; DRAPER, 1987):

> "Essencialmente, todos os modelos estão errados, mas alguns são úteis."

Então, o desafio básico do analista é construir modelos que sejam úteis ao decisor para a solução apropriada de seu problema.

2.2 Construção de modelos de decisão

No processo de construção do modelo, deve-se observar que a simplicidade do modelo tem um papel muito relevante, embora deva ser sempre confrontada com a precisão obtida para o modelo.

Enfim, essencialmente deve-se garantir que o modelo seja útil. Para a construção de modelos úteis, há vários fatores a serem considerados, dentre eles a modelagem de preferências do decisor, ou elicitação de suas preferências sobre o conjunto de consequências.

Bouyssou et al. (2006) afirmam que o uso de modelos formais evoca uma de suas virtudes, chamada de poder da hermenêutica, associado à facilidade para o processo de elicitação, que depende da base cultural e intelectual do decisor. O analista deve estar atento a essa questão. Por um lado, deve tentar suprir um esforço adicional para dar cobertura às dificuldades de interpretação comumente encontradas nas interações com os decisores. Por outro lado, deve evitar cair nas tentações de escolher abordagens que, desviando o enfrentamento das dificuldades do decisor, incorporem distorções na consistência do modelo a ser construído em relação à realidade que deve representar.

Já Wallenius (1975) destaca que os decisores geralmente não confiam em um método, quando o consideram complicado. Essa questão pode ser confrontada com a afirmação de Bouyssou et al. (2006) sobre a questão das dificuldades inerentes à base cultural e intelectual do decisor. A resistência do decisor ao método não necessariamente está associada à complexidade do método. Essa complexidade do método pode tanto mais ser aceita e assimilada pelo decisor, quanto melhor for a base desse decisor e em função do seu grau de confiança no analista.

Uma variante sobre a declaração relativa a modelos errados é (BOX; DRAPER, 1987):

> "Lembre-se que todos os modelos estão errados; a questão prática é o quão errados eles têm que estar para não serem úteis."

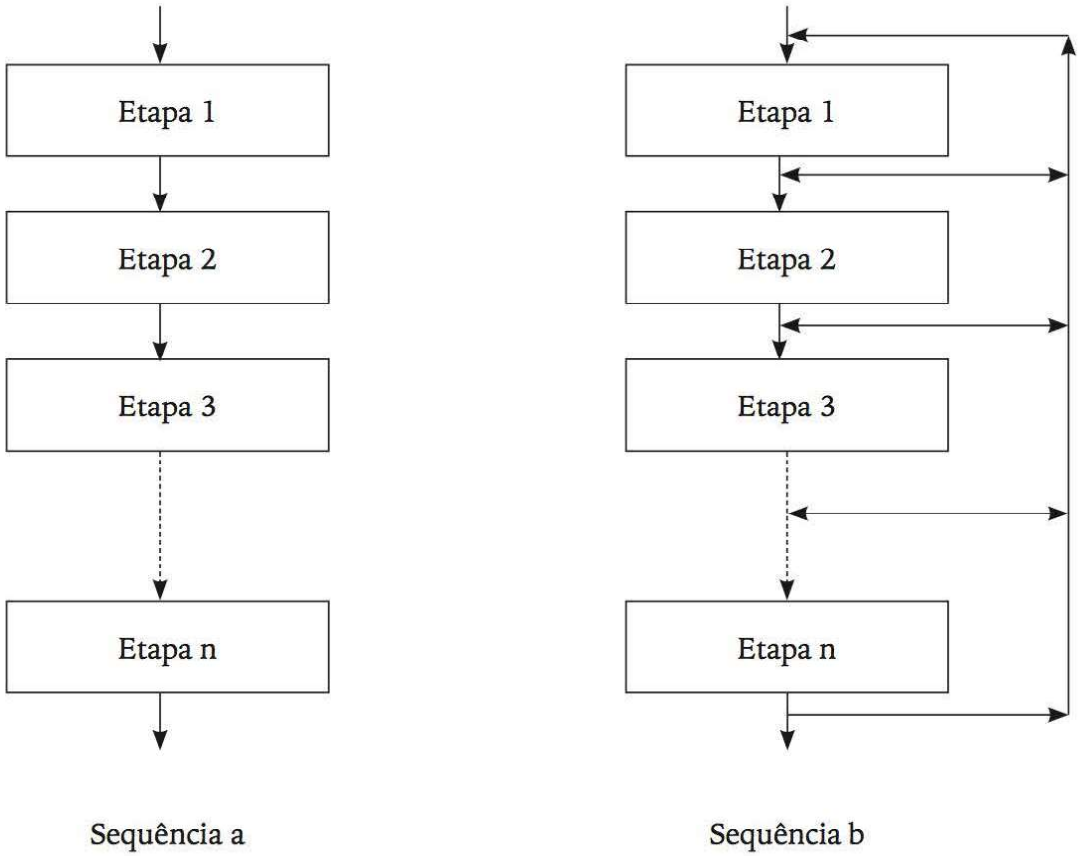
Está aqui uma forma de lembrar que uma perda em precisão nos modelos deve ser compensada pela simplificação que pode trazer.

O processo de construção de modelos é de natureza criativa, envolvendo intuição e outros atos espontâneos, tais como a inspiração. Não raro se fala na arte da modelagem, nesse processo de construção. Sua elaboração vai depender em grande parte da capacidade de imaginação e do poder criativo da equipe. Por outro lado, não se pode prescindir de base científica para construção de modelos de decisão.

Apesar da base científica evocada pelos modelos, com várias etapas mostradas na Figura 2.1, em sua sequência, seu lado criativo e explorador da inspiração não recomenda rigoroso procedimento sequencial. Nessa visão, o processo de construção seguiria uma sequência rígida da etapa 1 a etapa 2 e assim consecutivamente, sem alterar o caminho já traçado, de forma que a repetição deste processo, leva a um mesmo resultado.

Uma visão diferente é mostrada na sequência b, da Figura 2.1, onde a construção de modelos é desenvolvida numa visão de refinamentos sucessivos (ACKOFF; SASIENI, 1968). Com refinamentos sucessivos, pode-se voltar a qualquer das etapas anteriores, desde que se considere a possibilidade de se melhorar o resultado daquela etapa. Naturalmente, esse retorno, implicaria na revisão de etapas subsequentes. Ou seja, trata-se de possibilitar o uso de um processo recursivo na condução das etapas.

Figura 2.1 – Construção de modelos com refinamentos sucessivos.



Fonte: Adaptada de Ackoff e Sasieni (1968).

A abordagem de refinamentos sucessivos permite que se passe por uma etapa de forma não conclusiva para que se volte a ela posteriormente, com visão e informação obtidas em etapas seguintes. Esse retorno possibilita um enrique-

cimento que trará melhores resultados, quando da elaboração final da etapa. Outro benefício dessa abordagem está interligado ao processo criativo da modelagem, conforme já destacado. Por esse processo de criação, pode-se perceber algo diferente a qualquer momento e retornar a uma etapa anterior, de modo a enriquecer o modelo em construção. Já na abordagem sequencial inflexível (parte a da Figura 2.1), não seria possível deixar fluir a parte criativa.

Ainda é válido destacar que, apesar da questão criativa e da possibilidade de uma abordagem mais flexível, o processo de construção de modelos de decisão deve se apoiar no conhecimento científico e fundamentos já desenvolvidos na área. Também o processo de construção deve seguir alguns padrões já estabelecidos de modo a evitar a introdução de erros conceituais. Esse processo naturalmente deve seguir alguns passos de modo a viabilizar uma concatenação lógica e estruturada para as informações obtidas para integrar o modelo. De fato, como ilustrado na parte b da Figura 2.1, embora considerando a possibilidade de refinamentos sucessivos, há etapas organizadas numa ordem lógica, que têm a sua finalidade, embora haja flexibilidade para alterar essa ordem, se isso for benéfico.

A construção de modelos de decisão pode contar com forte apoio dos métodos de estruturação de problema (PSM – *problem structuring methods*), área que tem se tornado vital para a compreensão de problemas e preparação para a construção dos modelos (ROSENHEAD; MINGERS, 2004).

Muitas vezes um modelo inicialmente estabelecido e que seria bem aceito deve ser substituído por outro, devido à indisponibilidade de dados ou impossibilidade prática de avaliar alguns de seus parâmetros. Considerando o contexto organizacional, muitas vezes um modelo que se aplica numa organização não é adequado a outra devido a questões ligadas à indisponibilidade ou qualidade nos dados.

Ackoff e Sasieni (1968) alertam que o grau de compreensão que se tem de um problema é inversamente proporcional ao número de variáveis necessárias no modelo. Esta é uma questão para se preocupar no limite, visto que a ausência de uma variável relevante num modelo pode definitivamente comprometer seus resultados. Em alguns casos, isso pode não ser percebido facilmente, sendo visto como ato de simplificação, mas que compromete algumas situações-limite, nem sempre presentes, mas que quando ocorrem podem trazer danos irreparáveis.

Outras questões surgem que podem ser de difícil representação ou percepção pelos decisores. Modelos de decisão relacionados à análise de risco podem indicar várias situações desse tipo. O evento cisne negro pode exemplificar uma situação desse tipo (também denominado: *black swan theory* ou *theory of black swan events*). Esse fenômeno está relacionado a eventos inesperados que causam um grande impacto. Ele surge como uma surpresa, difícil de ser previsto e classificado como um evento raro, com impacto que exerce um papel desproporcional.

Para a construção de modelos de decisão multicritério, o analista deverá ter conhecimento de seus elementos básicos e fundamentos, além de uma boa visão conceitual dos principais métodos de apoio a decisão. Então, poderá seguir um dos esquemas delineados para a construção de modelos, observando que em pesquisa operacional essa prática vem sendo desenvolvida há algumas décadas, com um bom conhecimento acumulado sobre o tema. Alguns procedimentos foram esquematizados para a área de apoio a decisão. No Capítulo 7 esse assunto é tratado com mais detalhes, depois da exposição de vários tópicos que são essenciais e básicos para que se possa compreender e seguir qualquer procedimento.

2.3 Seleção de métodos

A seleção de um método de apoio a decisão é um elemento fundamental no processo de construção de modelos de decisão. A seguir tem-se uma breve visão de como as pessoas abordam essa questão na informalidade de seu dia a dia. Seguem-se então, tópicos iniciais sobre a escolha de métodos, que serão detalhados ao final deste livro, visto sua dependência com o conhecimento mais detalhado de alguns conceitos e métodos básicos, que vêm a seguir.

2.3.1 Escolha de abordagens quando não se usam modelos formais

Esse tópico considera os estudos que destacam de que forma as pessoas agem na escolha de abordagens, quando não estão considerando o apoio de métodos formais de suporte a decisão.

Segundo pesquisadores em psicologia, os decisores têm um conjunto de estratégias (caixa de ferramentas), que utilizam sempre que se defrontam com um problema de decisão. Esses decisores escolhem de forma adaptativa uma estratégia que julgam ser a mais apropriada para cada problema em particular. Simon (1982) destaca a questão da racionalidade limitada e o uso de métodos aproximativos (heurísticas) devido às limitações da mente humana.

Há estudos que mostram como os decisores fazem escolhas de métodos aproximativos. Isso leva a uma tendência de adoção de uma heurística rápida e simples, chamada de estratégia minimalista (GIGERENZER; TODD, 1999). Existem várias estratégias que podem ser usadas nesses casos, tais como: escolher um critério para comparação de forma aleatória; adotar a última decisão; escolher o critério usado na última decisão.

Outra opção é a conhecida abordagem lexicográfica, que consiste no uso do critério mais importante. Em caso de empate, usa-se o segundo critério mais importante. E assim, sucessivamente, com os outros critérios.

Outra forma de atuar é fazer uma combinação dessas abordagens. No entanto, há várias situações inadequadas que podem ocorrer com o uso dessas heurísticas, sem o uso de uma abordagem formal de apoio a decisão, tais como: eliminar alternativas indevidamente; não analisar algumas alternativas. Além disso, os seguintes problemas podem ser destacados com essas heurísticas:

- para uma racionalidade compensatória: não consideração de *trade-offs*;
- para uma racionalidade não compensatória: não apresentar uma visão integrada e global dos critérios para algumas alternativas.

Considerando uma situação em que um decisor deseja efetuar a escolha de um método formal para apoiar seu processo decisório, há alguns fatores-chave que influenciam na seleção do método (GOODWIN; WRIGHT, 2004):

- tempo disponível;
- esforço requerido por uma dada abordagem;
- conhecimento sobre o ambiente;
- a importância de uma decisão mais precisa, segura;
- necessidade de justificar a decisão para outros;
- desejo de minimizar conflitos.

Habitualmente, os decisores escolhem (incluindo métodos e ferramentas) de que maneira vão tratar o processo decisório de modo a balancear (PAYNE et al., 1993):

- o esforço em tomar a decisão; e
- a precisão desejada no processo.

2.3.2 Questões básicas para a escolha de um método multicritério

A escolha de um método é uma das etapas no processo de construção do modelo de decisão, dentre um conjunto de etapas, tal qual ilustrado na Figura 2.1. Essa escolha dependerá de diversos elementos.

Um fator decisivo na escolha de um método está relacionado à estrutura de preferência do decisor, que será estudada na seção seguinte. A escolha do método

depende de vários fatores, mas certamente será definido, em boa parte, com base na estrutura de preferências. Se a estrutura escolhida para representar a forma de escolhas do decisor não for compatível, então já se está a meio caminho de se construir um modelo de decisão inadequado.

A racionalidade com a qual o decisor pretende avaliar a situação-problema deve também ser avaliada de forma adequada e concatenada com o método a ser adotado.

Conforme já observado no subitem anterior, há questões contextuais da organização que podem estabelecer condicionantes tanto na escolha do método quanto na elaboração de outras fases do processo de construção do modelo. Por exemplo, o tempo disponível para a tomada da decisão e sua implementação pode ser um fator decisivo. O esforço requerido por uma dada abordagem ou método, que seja inicialmente indicado, pode não ser compatível com o tempo disponível. Nesse caso, a importância de uma decisão mais precisa e o grau de segurança requerido em relação a seu impacto serão determinantes no processo.

Assim podem ocorrer condicionantes organizacionais ou do contexto do próprio problema que venham a impor a escolha de um método. Por exemplo, uma limitação de prazo pode impor o uso de um método que não seria inicialmente o mais apropriado, por se distanciar mais da situação real. No entanto, essa opção pode ainda viabilizar a construção de um modelo no prazo disponível, embora com um maior grau de aproximação.

A imposição de um método pode ocorrer em função de uma preferência do analista, o que representa uma grande distorção a ser evitada. Essa preferência do analista pode ser resultado de sua facilidade com um método específico ou conhecimento restrito a esse método ou a um conjunto de métodos ou escola em particular, o que não é incomum. Não se pode descartar que fatores relacionados a vantagens comerciais possam levar a esse tipo de problema. Por essa razão, em qualquer organização, a relação de confiança entre consultores e contratantes é um assunto delicado e de grande relevância.

Em outras situações, a preferência do analista por um dado método pode ser resultado de uma postura dogmática que este tem em relação aos métodos. Observa-se que não é incomum encontrar cientistas, atuantes nessa área de apoio a decisão, que também manifestam suas preferências por algum método. Aliás, uma das críticas que se fazem a alguns cientistas é terem uma postura dogmática e até fanática na defesa de algumas visões. Portanto, deve-se entender que é possível encontrar um cientista que evoca uma fanática defesa por algum método em particular. Não seria estranho, então, encontrar num analista um viés por algum método.

Há fortes colocações, na literatura, contra a imposição de um determinado sistema de preferências no modelo de decisão, sendo apontado como uma ação antiética. Pode acontecer uma situação, por exemplo, em que o decisor tenha alguma hesitação na comparação de dois elementos, e o analista impõe essa situação como uma relação de indiferença, ao invés de considerar como uma situação onde há incomparabilidade.

O estudo dos elementos básicos em decisão multicritério e de alguns desses métodos básicos é muito importante para a compreensão do processo de construção de modelos, com destaque para as questões associadas à escolha do método a ser usado.

2.4 Elementos básicos em decisão multicritério

A seguir, alguns elementos básicos e conceitos relevantes são apresentados de forma resumida para permitir a leitura dos textos que se seguem e acompanhar a argumentação necessária para se compreender o processo de construção de modelos de decisão.

De início é importante uma breve visão sobre sistemas de preferências, pois sem considerar a estrutura de preferências do decisor, como se poderia construir um modelo de decisão para este?

Em seguida, uma visão sobre avaliações intracritério e intercritério, família de critérios, dentre outros.

2.4.1 Estruturas de preferências

As situações de preferência básicas são importantes para a escolha do método MCDA, pois são utilizadas para a modelagem de preferências do decisor. Através da modelagem de preferências pode-se representar a estrutura de preferências do decisor em relação às consequências, na análise de um problema de decisão. Um modelo de preferências é uma representação formal de comparações de elementos.

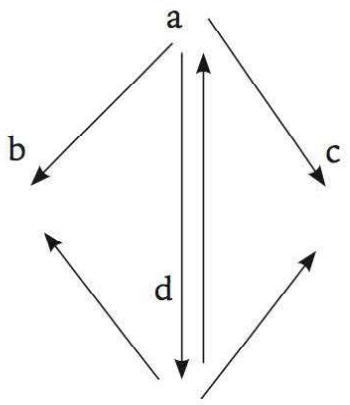
As relações binárias são utilizadas para estabelecer um conjunto de pares ordenados. Por definição, uma relação binária R sobre um conjunto de elementos $A = \{a, b, c, ..., n\}$ é um subconjunto do produto cartesiano $A \times A$. Ou seja, é um conjunto de pares ordenados (a,b), onde a relação R poderá ser encontrada para alguns desses elementos. A representação utilizada para essa relação é aRb ou R(a,b). Caso não se aplique a relação R entre a e b, representa-se como: $aR^{n}b$; ou não(aRb)

Várias propriedades são definidas nas relações binárias, para $\forall a,b,c \in A$:

- Reflexiva, se aRa
- Irreflexiva, se não(aRb)
- Simétrica, se aRb => bRa
- Assimétrica, se aRb => não(bRa)
- Completa, quando aRb ou bRa
- Transitiva, se aRb e bRc => aRc

Essas relações podem ser representadas graficamente. A Figura 2.2 mostra a relação R com os quatro elementos: a, b, c e d.

Figura 2.2 – Representação gráfica das relações de preferência



A seguir, é apresentada a matriz de representação da relação R. A relação é indicada em cada linha em relação à coluna, onde 0 indica que não há a relação R entre os elementos e 1, o contrário:

Tabela 2.1 – Representação da relação R

	a	**b**	**c**	**d**
a	0	1	1	1
b	0	0	0	0
c	0	0	0	0
d	1	1	1	0

Na modelagem de preferências, as relações binárias são comumente denominadas de Relações de Preferências.

A seguir, as Relações de Preferências que são de interesse para este texto:

- Indiferença (I): corresponde à existência de razões claras para o decisor, que justificam a equivalência entre dois elementos. Representação: aIb, significa que há indiferença entre a e b.

  Propriedades: Reflexiva: aIa; Simétrica: aIb => bIa.

- Preferência Estrita (P): corresponde à existência de razões claras para o decisor, que justificam uma preferência significativa em favor de um (bem identificado) dos dois elementos. Representação: aPb, significa que a é preferível a b.

  Propriedade: Assimétrica: aPb => não(bPa).

- Preferência Fraca (Q): corresponde à existência de razões claras para o decisor, que invalidam a preferência estrita em favor de um (bem identificado) dos dois elementos, mas essas razões são insuficientes para distinguir, seja uma preferência estrita (P) em favor do outro, seja uma indiferença entre esses dois elementos. Portanto, não é possível diferenciar nenhuma das duas situações precedentes.

  Propriedade: Assimétrica: aQb => não(bQa).

- Incomparabilidade (R): corresponde à ausência de razões claras para o decisor, que justificam qualquer das três situações precedentes.

  Propriedades: Simétrica: aRb => bRa; irreflexiva ou não reflexiva: não(aRa).

- Não Preferência (~): corresponde à uma ausência de situações claras para o decisor, para justificar a preferência estrita ou preferência fraca em favor de um dos elementos. Consiste numa situação de indiferença ou de incomparabilidade, sem que se seja capaz de diferenciação entre elas.

- Preferência J (Presunção de Preferência): corresponde à existência de razões claras para o decisor, que justificam a preferência fraca, sem se preocupar o quão fraca, em favor de um (bem identificado) dos dois elementos, embora não exista nenhuma divisão significativa estabelecida entre as situações de preferência e indiferença.

- Sobreclassificação (S): corresponde à existência de razões claras para o decisor, que justifiquem a preferência P ou a preferência J em favor de um (bem identificado) dos dois elementos, embora não exista nenhuma divisão significativa estabelecida entre as situações de prefe-

rência estrita, preferência fraca e indiferença. Esta é uma das traduções do termo em inglês: *outranking*. Há vários outros termos considerados, tais como: *Superação* e *Prevalência*.

Um Sistema de Relações de Preferências ou uma Estrutura de Preferências é uma coleção de relações de preferências (ou relações binárias) aplicadas sobre um conjunto A, tal que:

- para cada par de elementos de A, pelo menos uma das relações dessa coleção se aplica (exaustividade);
- para cada par de elementos de A, se uma das relações dessa coleção se aplica, nenhuma outra pode ser aplicada (exclusividade).

Várias estruturas de preferências podem ser estudadas, mas há algumas que são de particular interesse na modelagem de problemas com métodos MCDA. Dentre estas se destacam:

- Estrutura (P,I)
- Estrutura (P,Q,I)
- Estrutura (P,Q,I,R)

A estrutura (P,I) tem uma relação simétrica (I) e outra assimétrica (P). Essa estrutura permite a obtenção de uma pré-ordem completa (completa, pois não há incomparabilidades) entre os elementos de um conjunto. Sem a relação de indiferença tem-se uma ordem completa. Essa estrutura corresponde ao modelo tradicional, no qual a maioria dos métodos de critério único de síntese se enquadra bem. Por exemplo, o modelo de agregação aditivo atende a essa estrutura de preferências. Neste caso, tem-se:

$$aPb \Rightarrow v(a) > v(b)$$

$$aIb \Rightarrow v(a) = v(b)$$

A estrutura (P,Q,I) tem uma relação simétrica (I) e duas assimétricas (P e Q). Essa estrutura permite a obtenção de uma pré-ordem completa entre os elementos de um conjunto. Neste caso, acrescenta-se ao anterior que:

$$aQb \Rightarrow v(a) \geq v(b)$$

A estrutura (P,Q,I,R) apresenta a relação de incomparabilidade. Esse tipo de estrutura leva à construção de pré-ordens parciais entre os elementos de um conjunto. Essa estrutura pode ser útil em casos em que o decisor não está apto

a efetuar todas as comparações ou não deseja fazê-lo. Pode haver falta de informação que leva ao uso dessa relação entre dois elementos do conjunto. Simon (1955) alerta como essa relação de incomparabilidade pode ser relevante em problemas multicritério, em que várias dimensões devem ser consideradas, numa avaliação intercritério.

Na literatura podem-se encontrar fortes colocações contra a adoção irrestrita de uma estrutura de preferência de ordem ou pré-ordem completa, considerando sua imposição como antiética (EDWARDS et al., 2007). Há várias situações em que o decisor pode não ser capaz de estabelecer uma relação de preferência (P) ou de indiferença (I) entre dois objetos e a incomparabilidade poderia ser considerada.

2.4.2 Família de critérios

Um critério de forma geral é visto como uma representação de um objetivo. No entanto, o critério pode ser definido de maneira mais formal, através de uma função que mede o desempenho obtido no objetivo representado. Neste sentido, o critério é definido como uma função g (ou v) sobre o conjunto A, função essa que representa as preferências do decisor de acordo com um objetivo (ou ponto de vista).

Quando se consideram problemas multicritério, tem-se então uma família de critérios $F = \{g_1, ..., g_j, ..., g_m\}$. A função g_j corresponde à função valor (v_j) definida na seção seguinte.

Uma família consistente de critérios deve atender a várias propriedades, dentre as quais: ser capaz de representar todos os aspectos (objetivos) do problema (exaustividade) sem que haja redundâncias.

Os critérios podem ser classificados da seguinte forma:

- Critério verdadeiro, quando a estrutura de preferência associada é uma pré-ordem completa, que corresponde ao modelo tradicional, onde, por exemplo, se enquadra o modelo de agregação aditivo.
- Semicritério, quando a estrutura de preferência associada é uma semiordem, que corresponde ao modelo com limiar. Nos modelos com limiar existe uma faixa (limiar) de indefinição nos valores para aceitação de uma relação de preferência; por exemplo, o limiar de indiferença estabelece uma faixa de indefinição para que se concretize a relação de indiferença.
- Critério de intervalo, quando a estrutura de preferência associada é uma ordem de intervalo, que corresponde ao modelo com limiar variável.

- Pseudocritério, quando a estrutura de preferência associada é uma pseudo-ordem, que corresponde ao modelo com limiar duplo.

2.4.3 *Relação de dominância*

A relação de dominância é importante em problemas multicritério, embora raramente ocorra.

A relação de dominância D, entre dois elementos a e b, representada por aDb, ocorre quando para m critérios, considerando g_j a função valor para o critério j, tem-se:

$$g_j(a) \geq g_j(b), \text{ j} = 1, 2, 3, \text{ m}$$

Onde pelo menos para um dos critérios j a desigualdade é estrita (>).

Embora raramente ocorra, na realidade antes da análise de um problema multicritério, a primeira tarefa a ser desenvolvida é a eliminação de todos os elementos dominados.

2.4.4 *Avaliação intracritério e intercritério*

Para resolver o problema representado na Tabela 1.1, tem-se que desenvolver dois tipos de avaliação:

- avaliação intracritério, e
- avaliação intercritério.

2.4.4.1 *Avaliação intracritério*

A avaliação intracritério consiste na avaliação de cada alternativa i para cada critério j, o que leva à função valor $v_j(a_i)$. Essa função tem o mesmo papel que a função g_j, que representa o conceito mais formal para critério.

A construção da função valor para cada elemento é baseada na avaliação das consequências (*payoffs*) a serem obtidas. No entanto, para efeito de simplificação é usual referir-se à alternativa, o que é realizado neste texto, ocasionalmente.

Essa avaliação intracritério permite representar o problema através da matriz de consequências na forma dos valores obtidos para cada consequência, conforme

Tabela 2.2, a seguir, que também pode ser chamada de matriz de impacto, matriz de avaliação ou matriz de decisão.

Tabela 2.2 – Matriz de decisão

Alternativas	**Critérios**			
	C_1	C_2	.....	C_m
a_1	$v_1(a_1)$	$v_2(a_1)$	.....	$v_m(a_1)$
a_2	$v_1(a_2)$	$v_2(a_2)$	.....	$v_m(a_2)$
.....	.....	.....	.....	.....
a_n	$v_1(a_n)$	$v_2(a_n)$	.....	$v_m(a_n)$

A Tabela 2.3 representa os valores correspondentes para o problema de seleção de fornecedores apresentado na Tabela 1.1, considerando que as funções valores estão na escala (0,1). Assim, o valor da alternativa Forn 1 para o critério Confiabilidade é $v_4(a_1) = 0{,}4$. Ou seja, na avaliação intracritério da consequência $x_4 = 80$, tem-se que $v_4(80) = 0{,}4$, numa escala de 0 a 1.

Tabela 2.3 – Matriz de decisão para o problema de seleção de fornecedores

Alternativas\ Critérios	**Preço ($)**	**Nível Técnico (grau)**	**Defeitos (taxa)**	**Confiabilidade (taxa)**	**Entrega em tempo (taxa)**	**Capacidade de suprimento (itens)**	**Tempo de reparo (semana)**	**Período de garantia (meses)**
Forn. 1	0	0,25	0,1	0,4	0	0	0,25	1
Forn. 2	1	1	1	1	0,77	1	1	0
Forn. 3	0,59	1	0,4	0,8	1	0,67	1	0
Forn. 4	0,27	0	0	0	0,38	0,33	0	1

Essa tabela apresenta o formato básico dos dados de entrada para a maioria dos métodos. Deve-se acrescentar a essa tabela a informação intercritério, algumas vezes apresentada na forma de "pesos", dependendo do método.

Na avaliação intracritério, a função valor que representa a forma de avaliação das consequências em cada critério pode ser linear ou não linear. Para o caso mostrado na Tabela 2.3, todas as funções valor $v_j(a_i)$ são lineares.

É muito comum o uso de funções lineares para $v_j(a_i)$ em muitos problemas, por isso o estudo de procedimentos de normalização torna-se comum em multicritério, visto que esses procedimentos consistem na realidade na transformação de valores das consequências, em cada critério, em valores numa escala, geralmente de 0 a 1, assumindo uma função linear numa determinada escala. O entendimento de escalas também é importante nesse contexto, pois esses procedimentos de normalização devem manter as propriedades de escalas adequadas ao modelo de decisão em consideração. Estes dois tópicos são abordados em subseção seguinte.

Deve-se efetuar a avaliação intracritério e verificar se há algum critério que não seja linear, o que poderá exigir cuidados adicionais para que o modelo possa representar de forma adequada a função $v_j(a_i)$. No capítulo referente à MAUT, tem-se um exemplo de elicitação de função utilidade $u_j(a_i)$ para um critério relativo a dinheiro, em que uma função logística é encontrada. Observa-se que a função utilidade é o correspondente da função valor em teoria da utilidade. Essa distinção é relevante, pois boa parte da literatura reserva a expressão "função valor" para uma consequência determinística e função utilidade para consequência probabilística.

2.4.4.2 Avaliação intercritério

Com a informação de $v_j(a_i)$ disponível na Tabela 2.3, a questão que surge agora está relacionada à avaliação intercritério. Ou seja, a avaliação que considera a combinação dos diferentes critérios. Para tal, deve-se escolher um método de agregação desses critérios, isto é, um método MCDA.

Essa agregação entre os critérios permitirá a realização da comparação entre as alternativas, seja através de um "*score*" (valor) global para cada alternativa, seja através de um procedimento que permita a comparação entre as alternativas, sem que a estas seja atribuído um valor global.

No primeiro caso, tem-se uma função valor $v(a_i)$ que agrega as funções valor $v_j(a_i)$ de cada critério j, tal que a avaliação intercritério pode ser representada pela função f:

$$v(a_i) = f[v_1(a_i), v_2(a_i), v_3(a_i), ..., v_m(a_i)]$$

2.4.5 *Tipos de escalas*

Na modelagem de preferências é obtida a avaliação das consequências, que pode ser desenvolvida através de números na avaliação intracritério. Assim, podem-se observar dois tipos de escalas, a princípio:

- escala numérica;
- escala verbal.

O tipo de escala é definido em função da classe de transformações admissíveis, tais como a transformação de graus centígrados para Fahrenheit ou de gramas para libras. Para falar sobre as transformações de escala, consideram-se y e x a variável transformada e a ser transformada, respectivamente. As constantes são representadas por a e b.

Dentre as escalas numéricas podem-se destacar as seguintes escalas:

- escala de razão;
- escala intervalar;
- escala ordinal.

A escala ordinal é a que tem menor quantidade de informação. Nessa escala os números representam apenas a ordem entre os objetos avaliados. Nesse caso, 4 não seria considerado o dobro de 2. Isto é, nessa escala não há cardinalidade (representação de quantidade). Na escala ordinal não se podem efetuar operações básicas, tais como soma ou multiplicação.

A escala de razão é a que tem maior quantidade de informação. O peso de um objeto é um exemplo clássico desse tipo de escala. Nesta escala, 4 kg significa o dobro de 2 kg; a relação entre 4 e 2 estabelece o nome da escala. Essa escala tem unidade e origem, representada pelo zero (0). O zero também pode ser visto como ausência da propriedade considerada. Ou seja, 0 kg significa ausência de peso. Nessa escala, pode-se fazer uma transformação do tipo $y = ax$, com $a > 0$. Nessa transformação, a unidade é alterada. Comprimento é outro exemplo desse tipo de escala; pode-ser fazer a transformação de centímetros para polegadas. Tempo (anos, segundos) é outro exemplo.

Na escala intervalar, o significado de cardinalidade dos números está no intervalo. Nessa escala, pode-se fazer uma transformação do tipo $y = ax + b$, com $a > 0$. Nessa transformação, a unidade e a origem são alteradas. Deve-se observar que o zero (0) não tem o mesmo significado que na escala de razão, significando apenas o menor valor (se a gama da escala estudada é considerada de 0 a 1 ou

0 a 100, por exemplo) que se deseja considerar. A temperatura é um exemplo clássico desse tipo de escala. Não se pode dizer que 40° é o dobro de 20° (pois a temperatura não está numa escala de razão). Pode-se dizer que passar de 10° para 30° é o dobro de passar de 40° para 50°. Assim, na transformação de graus centígrados (x) para Fahrenheit (y), tem-se $y = (9/5)x + 32$.

Essa escala é utilizada em vários métodos, tal como em Teoria da Utilidade. Apresenta uma característica muito relevante para a percepção do decisor, na comparação entre alternativas; mostra quanto uma alternativa acrescenta a mais de valor em relação a uma outra alternativa. Esse é um aspecto interessante, pois o decisor pode estar mais interessado em quanto mais ele vai ganhar (intervalo) para passar de uma alternativa para outra e não necessariamente em quantas vezes (razão) uma alternativa é melhor do que a outra.

Uma escala verbal (também chamada de nominal ou semântica) permite fazer classificações das alternativas comparadas. Uma avaliação nessa escala pode ter característica apenas qualitativa ou pode ter características quantitativas. Como um exemplo de uma escala verbal qualitativa tem-se a escala para classificação de tipo sanguíneo. Outro exemplo é a classificação de cores de objetos. Nessas escalas qualitativas podem-se fazer operações de conjuntos (pertence, contido) ou lógicas (E, OU, Não etc.).

Uma escala verbal com características quantitativas é de especial interesse nos métodos MCDA. Na maioria das vezes essas escalas podem ter o mesmo significado de uma escala ordinal e podem ser transformadas em números. Essa escala pode ser representada por classificações do tipo: excelente, muito bom, bom, regular, fraco, deficiente. A própria semântica nesse caso associa de imediato uma noção de ordem, compatível com a escala ordinal.

Dependendo do processo de avaliação empregado, a escala verbal pode trazer informação cardinal. É necessário muito cuidado nesse caso com o processo cognitivo envolvido. É importante que o avaliador, que atribui aos objetos (elementos, alternativas etc.) uma denominação na escala verbal, tenha uma orientação apropriada e uma clara noção do que representa essa classificação. O analista deve conduzir esse processo de forma adequada. Assim, sob condições muito especiais, uma escala verbal pode ter características de uma das escalas numéricas mencionadas acima, tais como escala de razão ou intervalar. Nesse caso, a transformação da escala verbal em numérica e seu uso devem considerar os tipos de transformações de escala mencionados.

Uma escala verbal muito utilizada é a escala Likert (1932), que consiste em cinco níveis, bem compatível com a capacidade cognitiva humana de fazer distinção entre níveis diferentes de avaliação. Essa escala de cinco níveis é bipolar, medindo desempenho superior ou inferior em relação a um valor ou posição central ou intermediária, que seria o valor 3 (se a escala considera os valores: 1, 2,

3, 4, 5). A escala com 4 níveis pode ser interessante, pois nem sempre apresenta o valor intermediário, forçando o avaliador a se posicionar acima ou abaixo da posição central. Por exemplo: Muito Bom, Bom, Fraco, Deficiente.

2.4.6 Procedimentos de normalização

Conforme já mencionado, esse tópico está associado à avaliação intracritério, com função valor linear. Este item poderia ser denominado de "procedimentos para construção de função valor linear".

Provavelmente, ao invés de normalização, o termo mais apropriado para esse procedimento seja *"transformação de escala"*, que é de fato do que se trata. No entanto, o termo *"normalização"* será usado neste texto, tendo em vista sua maior difusão.

Deve-se ter cuidado para não confundir procedimentos estatísticos de normalização com os procedimentos de normalização em modelos de decisão multicritério. Há uma distinção importante entre a normalização em MCDA e a normalização em procedimentos estatísticos. Em MCDA, a normalização consiste em transformação na escala de avaliação, visto que o interesse está relacionado à avaliação preferencial, envolvendo julgamento de valor para a tomada de decisão. Em geral, utiliza-se um intervalo de (0,1) para os valores. No entanto, no contexto de avaliação preferencial existem procedimentos, que embora chamados de normalização, passam a utilizar escalas diferentes de (0,1); por exemplo, escala discreta de 1 a 5. Em procedimentos estatísticos de normalização, podem-se usar média e desvio-padrão e construir outro tipo de modelo de avaliação, que são apropriados para análise de dados.

A questão de estabelecimento de escalas pode estar muito associada à geração de indicadores gerenciais ou de desempenho. Esses indicadores podem ser apenas descritivos sobre uma dada situação. Nesse caso, a representação estatística pode ser importante para descrever a situação. No outro caso, os indicadores devem mostrar níveis de desempenho sobre objetivos. Nesse caso, os indicadores devem representar preferências, envolvendo, portanto, julgamento de valor.

Munda (2008) distingue processo de escalarização (*scaling*) do processo de normalização. O segundo trata de uma mudança objetiva na unidade de medida, que corresponde ao que foi referido acima como sendo descritivo. O primeiro trata da representação de julgamentos humanos e apresenta uma descrição analítica do sistema de valor do decisor.

Esses procedimentos de normalização podem alterar a origem ou a unidade das escalas originais. Portanto, deve-se tomar cuidado para se utilizar um procedimento compatível com o método MCDA a ser usado.

Um procedimento de normalização efetua uma transformação na escala de avaliação, que em geral passa a utilizar um intervalo (0,1). Ou seja, o elemento de menor preferência tem valor 0 e o de maior preferência tem valor 1. No entanto, no contexto de avaliação preferencial, existem procedimentos que, embora chamados de normalização, passam a utilizar escalas diferentes de (0,1).

A seguir alguns procedimentos utilizados são apresentados, considerando que:

- a função valor $v_j(a_i)$ fornece a avaliação de cada alternativa i para cada critério j;
- nas escalas utilizadas deseja-se maximizar o resultado; caso a função valor seja do tipo que se deseja minimizar, então deve-se transformá-la usando $v'_j(a_i) = 1/ v_j(a_i)$, que mantém cardinalidade para uma escala de razão;
- todos os valores de $v_j(a_i) > 0$.

A seguir três procedimentos são apresentados, com as correspondentes características:

1) Procedimento 1: $v'_j(a_i) = [v_j(a_i) - \text{Min } v_j(a_i)]/[\text{Max } v_j(a_i) - \text{Min } v_j(a_i)]$:

- Os valores de $v'_j(a_i)$ são obtidos no intervalo: $0 \leq v'_j(a_i) \leq 1$.
- Pode ser interpretado como sendo um percentual da faixa de variação $\text{Max } v_j(a_i) - \text{Min } v_j(a_i)$.
- Observa-se que o zero significa apenas o valor mínimo.

2) Procedimento 2: $v'_j(a_i) = v_j(a_i)/[\text{Max } v_j(a_i)]$:

- Divisão pelo valor máximo.
- Os valores de $v'_j(a_i)$ são obtidos no intervalo: $0 < v'_j(a_i) \leq 1$.
- Pode ser interpretado como sendo um percentual do valor máximo de $v_j(a_i)$.
- Indica a distância para a alternativa líder.

3) Procedimento 3: $v'_j(a_i) = v_j(a_i)/[\sum_i v_j(a_i)]$:

- Divisão pela soma.
- Os valores de $v'_j(a_i)$ são obtidos no intervalo: $0 \leq v'_j(a_i) \leq 1$.
- Pode ser interpretado como sendo um percentual do total $\sum_i v_j(a_i)$.

A proporcionalidade é mantida nos procedimentos 2 e 3. Já no procedimento 1, a proporcionalidade não é mantida; isto é $v'_j(a_i)/v'_j(a_k)$ não necessariamente é igual a $v_j(a_i)/v_j(a_k)$.

O procedimento 3 é utilizado no método AHP e é também utilizado para normalização de pesos. Esse procedimento produz valores menores e mais concentrados do que o procedimento 2.

Há procedimentos que apresentam uma transformação mais significativa nos valores dos dados relativos às consequências, tais como os seguintes, apresentados por Munda (2008):

a) Distância para a Média: $v'_j(a_i) = v_j(a_i)/\{\text{valor médio}[v_j(a_i)]\}$

- A alternativa com valor médio, tem valor = 1 e as outras recebem valores em torno de 1, que dependem da distância para a média.

b) Desvio-padrão para a Média:

$$v'_j(a_i) = \{[v_j(a_i)] - \{\text{valor médio}[v_j(a_i)]\}\}/\{\text{desvio padrão das avaliações}\}$$

- Esse procedimento impõe uma distribuição normal padronizada (com média 0 e desvio-padrão 1).
- As alternativas apresentam valores positivos ou negativos em torno da alternativa de desempenho médio (que fica com valor 0).

Uma alternativa ao primeiro procedimento é a de distância à mediana:

$$v'_j(a_i) = v_j(a_i)/\{\text{mediana}[v_j(a_i)]\}$$

Nesse procedimento, a alternativa com valor igual à mediana tem valor igual a 1 e as outras recebem valores em torno de 1, que dependem da distância para a mediana.

A seguir, um exemplo de aplicação de procedimentos de normalização aos valores da Tabela 1.1, assumindo-se que a função valor é linear para todos os critérios. A Tabela 2.3 apresenta um exemplo da aplicação do procedimento de normalização 1, em que os valores passam a estar representados numa escala intervalar, visto que esse procedimento não mantém a proporcionalidade. Observa-se que na Tabela 2.3 todos os critérios apresentam valores 0, que representam a consequência com o mínimo valor, ou pior valor, e valores 1, que representam a consequência com o máximo valor.

Nesse exemplo, o menor valor de confiabilidade é 70, de modo que $v_4(70) = 0$. O maior valor de confiabilidade é 95, de modo que $v_4(95) = 1$. Já o crité-

rio preço é um critério para o qual se deseja minimizar o valor, então se deve transformá-la usando $v'_j(a_i) = 1/ v_j(a_i)$, antes de efetuar a transformação com o procedimento 1. Para o preço, o maior valor para o decisor é o que tem o menor preço de $ 40, de modo que $v_1(40) = 1$. O menor valor para o decisor é o que tem maior valor de preço $ 55, de modo que $v_1(55) = 0$, conforme se observa nas Tabelas 1.1 e 2.3.

2.5 Métodos compensatórios e não compensatórios

Uma importante característica em métodos multicritério, relevante para a escolha de métodos, está relacionada à compensação que pode existir entre os critérios no modelo de agregação. Em função disso, os métodos podem ser classificados em compensatórios e não compensatórios.

Nos métodos compensatórios existe a ideia de compensar um menor desempenho de uma alternativa em um dado critério por meio de um melhor desempenho em outro critério. Isso significa que nos métodos compensatórios a avaliação de uma alternativa considera os *trade-offs* entre os critérios, ou compensações. Já nos métodos não compensatórios não há *trade-offs* entre os critérios.

Um exemplo clássico de método não compensatório é o método Lexicográfico. Observa-se também que os métodos de sobreclassificação apresentam avaliações não compensatórias, enquanto que os métodos de agregação por meio de critério único de síntese são compensatórios. Alguns métodos de sobreclassificação podem não ser considerados totalmente não compensatórios, como se verá depois.

Uma definição mais clássica para um procedimento não compensatório é dada por Fishburn (1976). Uma relação binária P é não compensatória quando as preferências entre x e y dependem apenas dos subconjuntos de critérios que favorecem x e y. Nesse caso, a relação de preferência entre x e y não depende das diferenças de preferências entre os vários níveis em cada critério.

Considere uma relação binária assimétrica P sobre X. Considere que $P(x,y) = \{i: x_i P_i y_i\}$, a seguinte condição se aplica se a relação P for não compensatória:

$$\left\{\begin{array}{l} P(x,y) = P(z,w) \\ P(y,x) = P(w,z) \end{array}\right\} => [xPy \Leftrightarrow zPw].$$

Para todo x, y, z, w pertencente a X.

$P(x,y) = \{i: x_i P_i y_i\}$ corresponde ao conjunto de todos os critérios ou atributos para os quais a relação $x_i P_i y_i$ se aplica. Então, na condição acima, se esse conjunto de critérios é o mesmo na relação entre x e y, e igualmente, entre z e w, então se tem a correspondência de relações entre os dois pares. Isso ocorre, pois a relação de preferência depende apenas dos atributos ou critérios.

Há várias situações reais onde se observa o uso de métodos não compensatórios para tomada de decisões. Vejam-se alguns exemplos.

O jogo de vôlei é um dos casos. A definição final é função dos resultados finais de cada *set* e não considera a pontuação obtida em cada *set*. Conforme a Tabela 2.4 o time A ganha os *sets* 1, 2 e 5 e por isso é o vencedor. No entanto, o time B fez maior pontuação na composição dos *sets*.

Tabela 2.4 – Modelo não compensatório – jogo de vôlei

Time:	**A**	**B**
SET **1**	25	23
SET **2**	25	20
SET **3**	11	25
SET **4**	17	25
SET **5**	15	11

Caso fosse utilizado um modelo compensatório, como, por exemplo, um modelo aditivo, onde cada *set* corresponde a um critério (considere-se que os critérios têm o mesmo peso), então a pontuação em cada *set* seria computada. Nesse caso, observa-se que o Time A tem 93 pontos e o Time B tem 104 pontos, sendo o Time B o vencedor num procedimento de decisão compensatório como esse.

Um exemplo interessante está relacionado ao desempenho dos alunos em disciplinas de um curso (MUNDA, 2008). Um estudante que tem nota 4 em matemática (numa escala de 0 a 10) poderia compensar sua nota com uma nota 10 em português, por exemplo, e assim passar na avaliação final. Esse seria um procedimento compensatório. Do contrário, se o sistema de avaliação considera que o estudante deve ser bom o bastante em cada disciplina, então o 4 em matemática não poderia ser compensado pela nota na outra disciplina, e assim, o estudante não seria aprovado. Este segundo sistema de avaliação seria não compensatório.

Outro exemplo muito interessante é o processo eleitoral nos Estados Unidos. Pelo sistema americano, quem vence em um Estado fica com todos os seus votos. O número de votos em cada Estado é o mesmo de senadores (dois para

cada Estado) somados ao de deputados, cujas bancadas variam conforme a população. Assim, o número de votos em cada Estado corresponde ao peso de cada um, que é relacionado ao tamanho da população.

Assim, contados os votos, cada Estado declara quem foi o vencedor local. Todos os votos daquele Estado, então, serão do vencedor, não importando a proporção da vitória. Assim, se um candidato ganhar na Califórnia com apenas a metade dos votos mais um, levará todos os 55 votos do Estado, a maior bancada do país, conforme ilustra a Figura 2.3.

Figura 2.3 – Quem ganha na Califórnia leva todos os 55 votos

A questão na realidade é que aquele sistema trata de 50 eleições estaduais e não de uma eleição federal. O sistema atende a um dos princípios básicos do sistema americano: a autonomia dos Estados. Quando o país se formou a partir das colônias britânicas no século XVIII, o pacto foi de que os Estados cederiam ao Governo Federal a menor quantidade possível de poder. Assim, não é a maioria dos americanos que escolhe o presidente, mas, sim, a maioria dos texanos, dos californianos, dos nova-iorquinos etc.

Ou seja, o sistema é não compensatório.

A Figura 2.4 mostra a composição de cada Estado na segunda eleição de Obama em 2012, que não adota uma racionalidade compensatória, na qual o número de votos em cada Estado iria para cada candidato que os recebeu. Conforme se vê nessa Figura 2.4, a contagem dos votos é em função dos Estados que apoiam cada candidato.

Figura 2.4 – Avaliação não compensatória nas eleições americanas

O procedimento compensatório implica que os valores das alternativas nos vários critérios podem interagir entre si. Se nenhuma interação é permitida, não pode haver compensação e então se tem um procedimento não compensatório.

Essa é uma das questões fundamentais no uso de métodos MCDA, que requer conhecimento adequado. Outros detalhes sobre este tópico são tratados após a apresentação dos métodos.

3

Método de agregação aditivo determinístico

O método de agregação aditivo corresponde ao mais típico método de critério único de síntese. Essa função valor aditiva é também chamada de soma ponderada, embora essa denominação pareça mais informal e possa induzir aos equívocos no estabelecimento das constantes de escala ou "pesos", questão importante e frequentemente negligenciada, para a qual se dará uma ênfase neste texto. Assim, vários aspectos de natureza prática da utilização dos métodos de agregação aditivos são abordados.

A seguir se estabelece a estrutura axiomática relacionada aos métodos de agregação aditivos, que são os mais usados, incluindo os procedimentos associados para sua parametrização.

Após uma demonstração das questões básicas relativas a essa abordagem, tem-se uma visão resumida dos métodos multicritérios mais usados associados a essa forma de agregação, incluindo SMARTS, SMARTER, MACBETH, AHP, dentre outros. Esses métodos se distinguem entre si, basicamente, em função do processo de modelagem de preferências, que consiste na elicitação de preferências junto ao decisor para estabelecer os valores dos parâmetros do modelo.

3.1 Modelo de agregação aditivo

Embora tenha se dado alguma ênfase no capítulo anterior para distinguir entre modelo e método, neste capítulo, que tem o foco nos métodos de agregação

aditivos, a expressão "modelo aditivo" poderá ser usada para se referir ao modelo matemático de agregação dos critérios que é utilizado pelo conjunto de métodos com essa característica, que são aqui estudados.

O procedimento de agregação mais utilizado é o modelo aditivo determinístico. Nesse modelo se tem uma situação de certeza na obtenção do vetor de consequências x para cada alternativa a. Portanto, se utiliza para a avaliação intracritério a função valor $v_j(a)$ para cada critério j. Para a obtenção da função valor global v(a) tem-se:

$$v(a) = \sum_{j=1}^{n} k_j v_j(a) \tag{3.1}$$

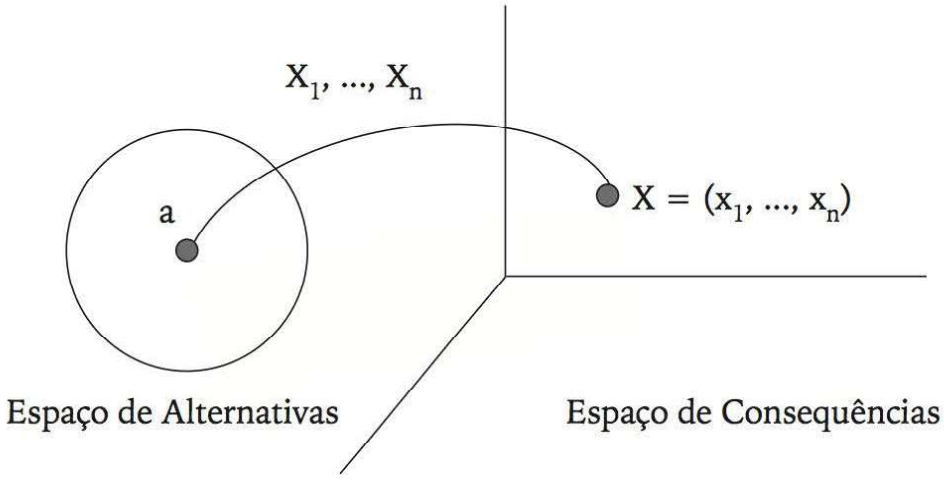
onde, k_j representa a constante de escala para o critério j e é normalizado, conforme segue:

$$\sum_{j=1}^{n} k_j = 1 \tag{3.2}$$

A solução de um problema, no contexto de escolha, consiste na seleção da alternativa que tenha o máximo valor global v(a).

Para se avaliar o valor das alternativas, num problema de decisão, considera-se seu espaço de consequências, conforme ilustrado na Figura 3.1. Observa-se que para cada alternativa há um vetor de consequências $x = (x_1, x_2, ..., x_j, ..., x_n)$, considerando n critérios, e sendo x_j a consequência relativa ao critério j. Então cada alternativa leva a uma consequência, que se reflete nestes n critérios. O modelo de decisão deve avaliar essas consequências e em decorrência suas correlatas alternativas.

Figura 3.1 – Espaço de Consequências



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

Assim, para avaliar as alternativas por meio das consequências, os métodos de agregação aditivos representam a função valor definida sobre as consequências, considerando que a cada alternativa a há um vetor de consequências x. Dessa forma, (3.1) pode ser representado conforme (3.3):

$$v(x) = \sum_{j=1}^{n} k_j v_j(x_j) \tag{3.3}$$

3.1.1 *Problema de seleção de fornecedores 1*

A seguir, aplica-se esse modelo aditivo ao problema de seleção de fornecedores, correspondente ao caso Xia e Wu (2007), mostrado anteriormente na Tabela 1.1. Assumiu-se que na avaliação intracritério, as funções valor são lineares, então foi mostrada a aplicação dos procedimentos de normalização, conforme Tabela 2.3.

Assim, tem-se a Tabela 3.1 com os valores $v_j(a)$ e constantes de escala k_j, de modo que a alternativa com maior valor global é o segundo fornecedor "Forn. 2", aplicando-se a equação (3.3), conforme mostrado na última coluna dessa tabela.

Tabela 3.1 – Problema de seleção de fornecedores – caso Xia e Wu (2007)

Alternativas\ Critérios	Preço ($)	Nível Técnico (grau)	Defeitos (taxa)	Confiabilidade (taxa)	Entrega em tempo (taxa)	Capacidade de suprimento (itens)	Tempo de reparo (semana)	Período de garantia (meses)	Valor global
k_j	0,432	0,064	0,117	0,054	0,133	0,1	0,067	0,033	----
Forn. 1	0	0,25	0,1	0,4	0	0	0,25	1	0,099
Forn. 2	1	1	1	1	0,77	1	1	0	0,936
Forn. 3	0,59	1	0,4	0,8	1	0,67	1	0	0,676
Forn. 4	0,27	0	0	0	0,38	0,33	0	1	0,233

3.1.2 *Problema de seleção de fornecedores 2*

O segundo problema de seleção de fornecedores analisado corresponde ao caso de Barla (2003), cuja matriz de consequências é mostrada na Tabela 3.2. Nesse problema, sete critérios são considerados para avaliar o fornecedor: Organização de Qualidade, Serviço, Capabilidade, Condição Financeira, Condição Geo-

gráfica, Confiabilidade e Preço. Dentre estes, os critérios "Condição Financeira" e "Preço" poderiam ser retirados do modelo, visto que todas as alternativas têm o mesmo valor e então não faria diferença considerar esses critérios. No entanto, para manter o exemplo conforme analisado no estudo de caso de Barla (2003), esses critérios serão mantidos, também, para permitir sua integração com os outros critérios na avaliação intercritério.

Tabela 3.2 – Matriz de consequências para seleção de fornecedores caso Barla (2003)

Alternativas\ Critérios	Organização de Qualidade	Serviço	Capabilidade	Condição Financeira	Condição Geográfica	Confia-bilidade	Preço
F1	59,6	64	55	80	100	61	40
F2	60,3	10	70	100	100	83,3	40
F3	51,3	44	55	80	100	66,6	40
F4	57,6	53,5	45	60	100	39,3	40
F5	59,6	22,5	80	100	100	58,3	40
F6	49,6	41	70	80	100	19,3	40
F7	58,3	45,5	51,5	60	100	35,6	40
F8	56,6	71	51,5	60	100	52,6	40
F9	59	71	83	60	100	36,6	40
F10	61,3	57	43,5	80	100	42,6	40

A Tabela 3.3 mostra a matriz de decisão, que já inclui as avaliações intercritério, com os valores de constante de escala k_j, e a intracritério, com a função valor $v_j(a)$, linear para cada critério, aplicando-se um procedimento que seria uma adaptação do procedimento de normalização 2, assumindo que o máximo da escala em cada critério seja 100. Esse tipo de adaptação no procedimento pode gerar problemas, como será mostrado posteriormente, e deve ser efetuado com muito cuidado.

Tabela 3.3 – Matriz de decisão para seleção de fornecedores caso Barla (2003)

Alternativas\ Critérios	Organização de Qualidade	Serviço	Capabi-lidade	Condição Financeira	Condição Geográfica	Confia-bilidade	Preço	Valor global	Ordem
k_j	0,17	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,11	-------	-------
F1	0,6	0,64	0,55	0,8	1	0,61	0,4	0,66	1
F2	0,6	0,1	0,7	1	1	0,83	0,4	0,65	3
F3	0,51	0,44	0,55	0,8	1	0,67	0,4	0,62	6
F4	0,58	0,54	0,45	0,6	1	0,39	0,4	0,57	9
F5	0,6	0,23	0,8	1	1	0,58	0,4	0,66	2
F6	0,5	0,41	0,7	0,8	1	0,19	0,4	0,57	8
F7	0,58	0,46	0,52	0,6	1	0,36	0,4	0,56	10
F8	0,57	0,71	0,52	0,6	1	0,53	0,4	0,62	5
F9	0,59	0,71	0,83	0,6	1	0,37	0,4	0,65	4
F10	0,61	0,57	0,44	0,8	1	0,43	0,4	0,61	7

Na Tabela 3.3 os valores globais, obtidos a partir da equação (3.1) são apresentados na penúltima coluna. A última coluna mostra a ordem das alternativas, indicando a alternativa F1 como a melhor, seguida pela alternativa F5.

3.2 Independência preferencial e o modelo aditivo

A aplicação desse modelo de agregação é fundamentada em função de um teorema básico (KEENEY; RAIFFA, 1976; MUNDA, 2008; POLMEROL; BARBA-ROMERO, 2000): "Dada uma família de critérios, existe uma função de agregação aditiva, se e somente se estes critérios são mutuamente independentes em preferência."

Para se entender a fundamentação para o uso desse modelo, é importante discutir o conceito de independência em preferência, detalhado a seguir.

Esse conceito pode ser introduzido, supondo-se que haja apenas dois critérios Y e Z, para efeito de simplificação. O conceito pode igualmente ser aplicado no caso em que haja mais critérios. Então, a independência preferencial entre Y e Z (KEENEY; RAIFFA, 1976) ocorre se e apenas se a estrutura de preferência condicional no espaço em Y, dado z', não depende de z'. Em outras palavras, Y é independente de Z se e somente se, para um dado z':

$(y',z')P(y'',z') <=> (y',z)P(y'',z)$, para todo o z, y' e y''.

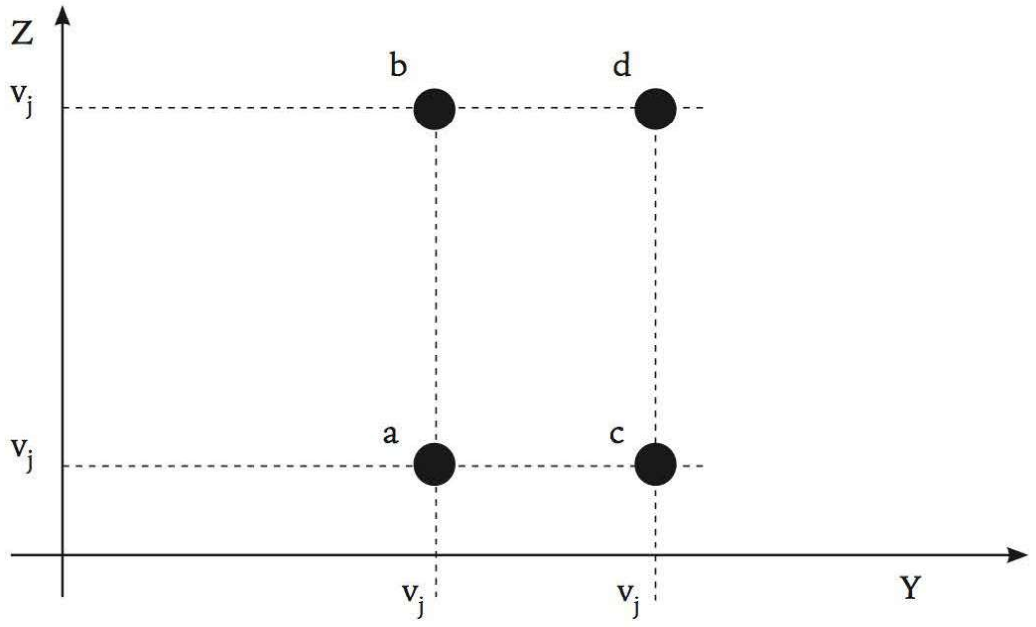
Em outras palavras, no caso em que a consequência (y',z') seja preferível à consequência (y'',z'), com um valor fixo de z', então para qualquer que seja o valor de z, (y',z) também será preferível a (y'',z). Isso é válido para qualquer que seja o valor de z, y' ou y''. Isso significa que quando o decisor obtém a avaliação intracritério, por meio de $v_{y|z'}(a)$ (função valor de y para um dado z'), não é mais necessário obter essa função $v_{y|z}(a)$ para os outros valores de z.

Numa visão mais formal, tem-se a formulação a seguir de Vincke (1992). Considere-se um conjunto de quatro alternativas a, b, c, d, e seja P a relação de preferência global entre as alternativas. Admitindo-se dois critérios Y e Z, estes são preferencialmente independentes se para a seguinte situação das quatro alternativas:

$v_j(a) = v_j(b)$, para qualquer critério em Y,
$v_j(c) = v_j(d)$, para qualquer critério em Y,
$v_j(a) = v_j(c)$, para qualquer critério em Z,
$v_j(b) = v_j(d)$, para qualquer critério em Z, então
tem-se que aPb => cPd.

A Figura 3.2 ilustra bem essa condição entre as quatro alternativas, de maneira que a formação matemática acima com o conceito de independência pode ser mais bem visualizada. Esse formato da Figura 3.2 pode ser utilizado como base para se efetuar uma avaliação junto ao decisor.

Figura 3.2 – Comparação de quatro alternativas para independência preferencial



3.2.1 Um exemplo num projeto de curso de medicina

Um exemplo interessante pode ser colocado aqui para um planejamento de educação. Suponha que Y seja a quantidade de alunos concluintes do curso e Z seja a qualidade do nível de educação em um curso de graduação em medicina. Avaliar a qualidade pode ser um problema complexo, então, para simplificar, assume-se que a qualidade do curso seja uma nota de 0 a 10.

Suponha que existem diferentes possibilidades de projetos de um curso desses, envolvendo vários níveis diferentes de qualidade (Y) ou quantidade de concluintes associados (Z), então se pergunta: o modelo aditivo seria adequado?

Para analisar e responder a essa questão, a Figura 3.3 pode ajudar a ilustrar essas opções. Suponha-se que a e b sejam dois projetos, ambos com um nível mais baixo na qualidade dos concluintes; ou seja, nota 2, numa escala de 0 a 10. Já os projetos d e c têm nível máximo de qualidade, com nota 10.

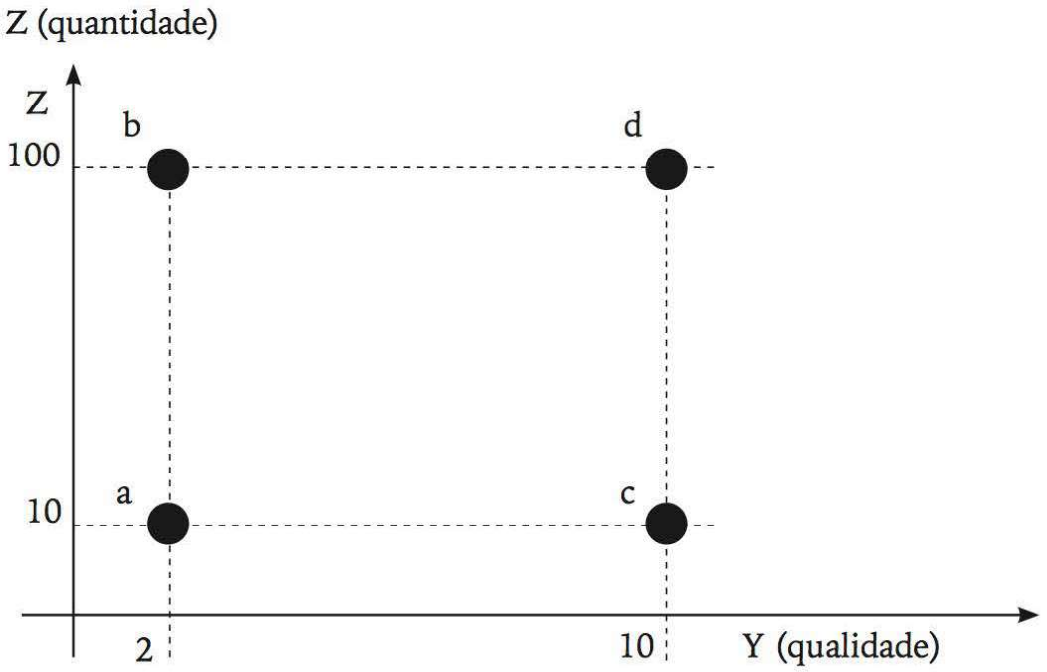
É razoável se supor que dPc, ou seja, a consequência d é preferível a c. Assim, com nota máxima de qualidade, 10, prefere-se ter 100 concluintes em vez de apenas 10, admitindo-se que há uma demanda expressiva no mercado de trabalho. Então, a pergunta que se faz é:

- "Qual é a consequência preferível, a ou b (admitindo-se que não há outra opção?"

Destacando-se:

- Consequência b: Prefere-se ter 100 concluintes, visto que a demanda no mercado de trabalho por esse profissional é acentuada e precisa ser atendida? Mesmo que o nível de qualidade seja péssimo (nota 2, numa escala de 0 a 10)?
- Consequência a: Prefere-se ter apenas 10 concluintes, com esse nível de qualidade?

Figura 3.3 – Avaliação de independência preferencial (qualidade e quantidade) para um curso de medicina



Se a reposta for bPa, então a condição de independência se confirma, desde que isso ocorra para outros pares de consequências no espaço considerado.

Se a reposta for aPb, então a condição de independência **não** se confirma, significando que o modelo aditivo não é adequado para esse problema. Em vários experimentos realizados pelo autor, obteve-se uma grande maioria de indicação de aPb, confirmando a dependência preferencial para esse problema. Em alguns casos, houve a indicação de bPa, por vezes justificada na visão de que é melhor ter algum profissional atuando, mesmo que com baixo nível de qualidade. A maioria dos pesquisados discordou dessa posição.

3.2.2 Validação do modelo aditivo

Usar o modelo aditivo numa situação em que o decisor não esteja em acordo com essa condição de independência pode levar a muitas inconsistências na avaliação de alternativas. Nesses casos, com o uso do modelo aditivo, algumas alternativas recebem avaliações com valores maiores que outras, tendo na realidade menor valor preferencial para esse decisor.

Ocasionalmente, decisores se recusam a usar um modelo a eles imposto, por um analista qualquer, quando intuem ser inconsistente com suas preferências.

Não é comum para o decisor perceber essa inconsistência, pois essa percepção geralmente ocorre apenas em situações óbvias. Por isso, a construção de modelos de decisão deve ser desenvolvida com os cuidados e conhecimento necessários.

Por outro lado, é importante destacar que na maioria dos problemas de decisão multicritério tem-se observado pouca ocorrência de dependência preferencial. Isso pode explicar o uso tão disseminado desse modelo para decisão multicritério, em situações de certeza.

Mesmo assim, não se deve descuidar de efetuar essa avaliação da condição de independência e, portanto, validar o uso do modelo aditivo, no que se refere a essa questão.

Quando o problema é bem estruturado e os critérios são coerentes, então, geralmente, a condição de independência se concretiza entre todos os critérios considerados. Keeney (1992) destaca que em muitas situações a existência de dependência preferencial pode indicar que há a ausência de algum critério. Nesses casos, sugere que o problema deve ser reestruturado com uma abordagem adequada, visando contemplar todos os pontos de vista requeridos para o problema em questão.

3.3 Questões peremptórias sobre os parâmetros do modelo aditivo

A obtenção das constantes de escala k_j, que corresponde à avaliação intercritério, é outra importante questão no modelo aditivo, visto que não se pode tomar por base apenas o grau de importância dos critérios.

Além disso, o procedimento para obtenção desses parâmetros, a elicitação, pode tomar por referência o tipo de função valor (linear ou não linear) ou o procedimento de normalização no caso de avaliação intracritério linear.

3.3.1 O erro típico de estabelecimento de "pesos"

O erro típico que surge no uso desse procedimento de Agregação com Função Valor Aditiva é o estabelecimento das constantes de escala apenas com base no grau de importância dos critérios. Por isso, não é recomendável chamar essas constantes de escala de pesos, que em geral levam ao raciocínio equivocado de pensar apenas no grau de importância dos critérios.

Keeney (1992) mostra essa questão, alertando para a tendência em se pensar diretamente em estabelecer importância dos objetivos. Embora seja natural o pensamento sobre o grau de importância relativa entre os objetivos, ao fazer isso há uma desinformação no processo, em relação ao estabelecimento de valores.

Isso ocorre quando se pergunta diretamente ao decisor quais são os objetivos mais importantes, no contexto de método de agregação de critério único de síntese. Igualmente, quando se pergunta o quanto um objetivo é mais importante do que outro.

Nesse caso, se perde também a oportunidade para se entenderem valores. Isso ocorre porque a importância dos objetivos depende de quanto mais se está obtendo de desempenho em dado objetivo. Ou seja, o que se deve fazer é considerar as consequências (e seus valores associados) obtidas na avaliação de cada objetivo.

Um exemplo de Keeney (1992) mostra um problema com custos e poluição em uma área metropolitana. Alguém pode dizer que a concentração de poluente é três vezes mais importante do que custo. Pode parecer que faz sentido uma afirmação dessas, embora em nada contribua para construção de um modelo de valor. Por exemplo, isso significa que baixar a concentração do poluente de uma parte por bilhão valeria o custo de $ 2 bilhões? A resposta mais provável seria que não. A justificativa seria que baixar a poluição do ar em apenas uma parte por bilhão seria muito pouco para um custo muito elevado de $ 2 bilhões.

Então, para comparar objetivos é necessário saber quanto se obtém de desempenho nesses objetivos para se avaliarem escolhas entre os valores em consideração. Isso é efetuado através de *trade-offs*. Há vários erros que são comumente cometidos nesse processo, sendo essa questão bem discutida na literatura (HAMMOND et al., 1998b; KEENEY, 2002).

Julgamento de valor é um requisito básico para realizar *trade-off* de valores, que não pode ser obtido de forma exógena, apenas a partir de informação de julgamento de valor do decisor. *Trade-off* de valores é definido por duas consequências entre as quais o decisor é indiferente, então ele pode fazer uma troca entre elas. Significa que o decisor é igualmente satisfeito por qualquer dessas duas consequências. Doze erros típicos geralmente cometidos na avaliação de *trade-off* de valores e um procedimento para efetuar essa avaliação são apresentados por Keeney (2002). Dentre esses erros destacam-se:

- Falta de medição para as consequências.
- Uso de medições inadequadas.
- Tentativa de calcular o *trade-off* "correto"; não há valor correto para *trade-offs*, que devem estar baseados no julgamento de valor do decisor; também não podem ser calculados com base em outras informações, que não sejam julgamento de valor, embora alguns cálculos possam ser usados para apoiar o julgamento de valor do decisor.

- Avaliação de *trade-off* de forma independente da faixa de valores das consequências; as constantes de escala dependem da faixa de valores (mínimo e máximo) das consequências do critério considerado.
- Falta de teste de consistência no processo de avaliação; isso permite avaliar erros aleatórios e de viés; o teste pode ser por avaliação redundante ou por verificação se os valores calculados, com a função valor obtida, estão de acordo com o julgamento de valor do decisor.

Fischer (1995) conduziu um experimento sobre a sensibilidade de pesos em modelos aditivos. Comparando os pesos (grau de importância dos critérios) com o procedimento de pesos por *swing* (que considera a faixa de valores das consequências), observou que havia uma mudança significativa nos resultados. Essa mudança foi ainda maior quando aplicou o procedimento de *trade-offs* de valores.

Além dessa questão de não ser entendido o significado dessas constantes de escala, há outras questões a se considerar:

- Um dos problemas que pode contribuir para isso é o estabelecimento das avaliações intracritério de tal forma que se perde a visão inicial dos valores originais das consequências em cada critério, passando-se a utilizar apenas as avaliações, muitas vezes com base em notas subjetivas das alternativas para cada critério.
- De forma equivalente, o uso de procedimentos de normalização pode levar à perda da noção dos valores originais das consequências, quando estas não são utilizadas para se obterem as constantes de escala.
- Isso ocorre também quando há critérios qualitativos, tais como o conforto de um carro que se avalia para comprar, para os quais se utilizam avaliações mais simples, tais quais notas de 0 a 10. Nesse caso, deve-se lembrar que para a avaliação das constantes de escala deve-se considerar o próprio conforto do carro e não as notas.

3.3.2 Problemas na escolha do procedimento de normalização

Associados ao problema da indicação inadequada das constantes de escala há outros problemas que podem ocorrer no uso do modelo aditivo. A seguir, é mostrado como a escolha do tipo de transformação de escalas, utilizadas para normalização, pode representar uma grave distorção no processo, quando desvinculada da escolha das constantes de escala.

A seguir, um exemplo mostra que o resultado de um problema pode ser alterado, dependendo do tipo de transformação de escalas utilizada para normalização. Na literatura há vários exemplos similares apontando esse problema.

Suponha um problema de avaliação de dois carros, em que há duas alternativas (A1 e A2). Considerando dois critérios: *Design* (C1), avaliado com notas numa escala de 0 a 10, e o Preço (C2), tem-se a matriz de decisão na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Matriz de decisão num modelo aditivo

	C1	**C2**
A1	2	$ 28.000
A2	9	$ 62.000
Constantes de escala	0,4	0,6

A normalização parece claramente necessária, visto que os valores para cada critério estão em unidades diferentes. Aplicando o procedimento de normalização 2 (divisão pelo valor máximo), têm-se os valores na Tabela 3.5. Nesse caso, o maior valor global é obtido pela alternativa A1.

Tabela 3.5 – Matriz de decisão normalizada 1

	C1	**C2**	**Valor global**
A1	0,22	1	0,69
A2	1	0,45	0,67

Aplicando agora o procedimento de normalização 3 (divisão pela soma), têm-se os valores na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Matriz de decisão normalizada 2

	C1	**C2**	**Valor global**
A1	0,18	0,69	0,49
A2	0,82	0,31	0,51

Nesse caso, o maior valor global é obtido pela alternativa A2. Ou seja, há resultados diferentes para o mesmo problema.

Na realidade, esse problema ocorre devido ao uso das mesmas constantes de escala. Deve-se lembrar que as constantes de escala são estabelecidas para valores específicos de consequências que correspondem aos valores máximos e mínimos (respectivamente, valor 1 e 0 na escala de normalização). O exemplo a seguir ilustra essa questão com mais detalhes.

Considere-se o exemplo mostrado na Tabela 3.7, com dez alternativas e quatro critérios, para os quais admite-se que tenham as seguintes constantes de escala (para cada critério): A = 0,28; B = 0,17; C = 0,22; D = 0,33.

Tabela 3.7 – Matriz de decisão exemplo 2

	Critérios			
Alternativas	**A**	**B**	**C**	**D**
A1	49	46	0,8	32
A2	86	1.000	0,1	11
A3	77	807	0,9	22
A4	79	623	0,3	16
A5	10	981	0,8	29
A6	35	786	0,7	1
A7	62	804	0,2	35
A8	83	256	0,1	18
A9	94	135	0,3	36
A10	69	745	0,8	33

Cada critério tem escalas diferentes de valor. Considerando que a função valor de avaliação intracritério é linear, deve-se proceder a uma transformação de escalas para que todos os critérios estejam numa escala comum. Aplicando-se os procedimentos de normalização 2 e 3, obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Resultados para o exemplo 2

	Procedimento 2 Divisão pelo máximo		Procedimento 3 Divisão pela soma	
Posição	**Alternativa**	**V(a)**	**Alternativa**	**V(a)**
1	A10	0,83	A10	0,132
2	A3	0,79	A3	0,126
3	A9	0,71	A9	0,109
4	A7 (*)	0,69	A5 (*)	0,108
5	A5 (*)	0,66	A7 (*)	0,107
6	A1	0,64	A1	0,103
7	A4	0,56	A4	0,087
8	A2	0,55	A2	0,085
9	A8	0,48	A8	0,073
10	A6	0,42	A6	0,069

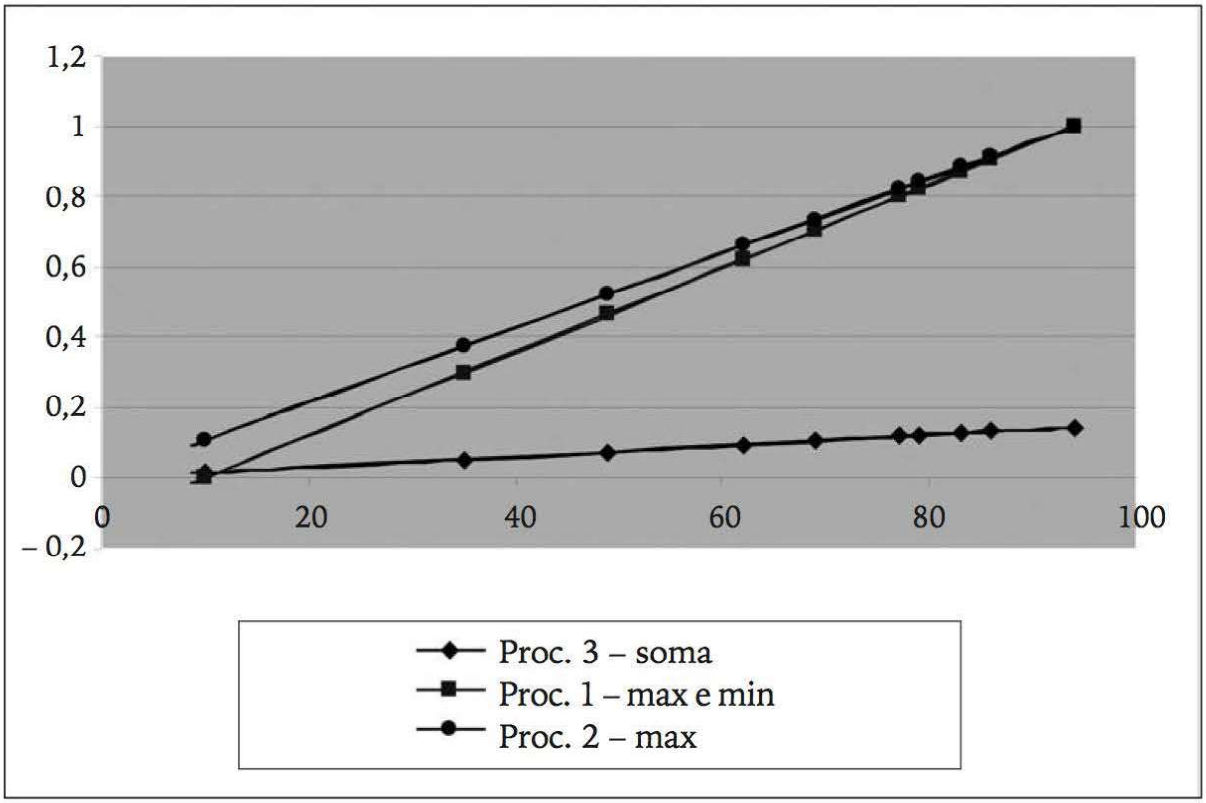
(*) Mudança de posição.

Conforme se observa, há uma diferença nos resultados para as alternativa na posição 4 e 5. Isso pode ocorrer para diversas alternativas em qualquer ordem. Adotando-se o procedimento de normalização 1, o resultado obtido é similar ao obtido para o procedimento 2. Isso não significa que os resultados entre os procedimentos 1 e 2 sejam sempre os mesmos; podem ocorrer divergências nos resultados.

Isso é ocasionado pelo uso inadequado das mesmas constantes de escala para todos os procedimentos. Quando se altera o procedimento de normalização, devem-se avaliar as constantes de escala para essa nova situação.

Observando-se o processo de obtenção da constante de escala (k_j), verifica-se que o valor obtido para k_j está associado à consequência x que tem o valor $v_j(x)$ igual a 1 na função valor para o critério j em questão. Observa-se, na Figura 3.4, o comportamento dos valores na transformação de escala para os três procedimentos para o critério A. O formato é similar para todos os critérios.

Figura 3.4 – Comparação procedimentos de normalização



Para o procedimento 3 há uma grande diferença, pois o valor máximo é baixo (cerca de 0,15), visto que cada consequência é dividida pela soma de todos os valores. Isso ocorre de forma mais acentuada quanto maior for o número de alternativas.

Há certa equivalência nas escalas, quando se considera a comparação de cada alternativa dentro de um mesmo critério, na avaliação intracritério. De fato, a ordenação das alternativas para cada critério será a mesma para qualquer um dos três procedimentos de normalização. No entanto, para a comparação global entre as alternativas (considerando todos os critérios, com a avaliação intercritério) isso não acontece, conforme já mostrado na Tabela 3.8.

Destaca-se que o processo de elicitação compara os critérios, considerando-se, em alguns estágios, as consequências de melhor desempenho m_j, que assumem o valor $v_j(m_j) = 1$. Ou seja, as consequências de melhor desempenho assumem o mesmo valor, para todos os critérios. Essa hipótese é assumida na maioria dos modelos de elicitação.

No entanto isso não ocorre no procedimento 3, pois o valor máximo varia de um critério para o outro, ocasionando diferentes valores para as consequências

de melhor desempenho m_j. Ou seja, $v_j(m_j)$ tem valores diferentes. No exemplo apresentado, têm-se os seguintes valores: $v_1(m_1) = 0,15$; $v_2(m_2) = 0,16$; $v_3(m_3) = 0,18$; $v_4(m_4) = 0,15$. Então, assumindo que as constantes de escala (k_j), apresentadas neste exemplo, são adequadas para o procedimento 2, alguns efeitos podem ser analisados, quando se usa o procedimento 3, com os mesmos valores de k_j. Por exemplo, o critério 3 terá ligeira vantagem sobre os outros critérios, visto que $v_3(m_3)$ é maior.

Assim sendo, outros valores para k_j deveriam ser obtidos para o uso do procedimento 3. De fato, os valores adequados seriam: $k_j = 0,3$; $k_j = 0,17$; $k_j = 0,19$; $k_j = 0,34$.

Não parece ser fácil a obtenção das constantes de escala para o procedimento de normalização 3 (divisão pela soma), o que dificulta seu uso para mudança de escalas de avaliação intracritério. Por outro lado, vale destacar que esse procedimento é muito adequado para se efetuar a normalização dos pesos dos critérios, em métodos para os quais essa informação representa apenas o grau de importância do critério (por exemplo, nos métodos de sobreclassificação). Entretanto, para a normalização de constantes de escala no modelo aditivo, geralmente isso não teria muito sentido, visto que o próprio procedimento de elicitação já apresenta os valores normalizados.

Verificou-se que o modelo aditivo está sujeito à influência de procedimentos de normalização. Isso pode ser avaliado analisando o valor normalizado, $v'_i(a_j)$, de $v_i(a_j)$, e verificando a relação $v'_i(a_j)/v_i(a_j)$, que depende de j. Assim, aplicando o procedimento 2 para mudança de escala, a partir de $v'_i(a_j) = v_i(a_j)/(z_i)$, (para simplificar, seja $z_i = \text{Max } v_i(a_j)$), tem-se:

$$v'(a_j) = \sum_{i=1}^{n} w_i v'_i(a_j) = \sum_{i=1}^{n} w_i v_i(a_j)/z_i$$

O valor de z_i não pode ser retirado da função aditiva, de modo que, para um critério fixo i, a relação não é constante, afetando a avaliação relativa dos valores de $v'_i(a_j)$.

Com base na equação acima, verifica-se que os valores de $v'_i(a_j)$ mudam significativamente a depender do valor de z_i, que poderia ser:

$z_i = Max\{v_i(a_j)\}$, no procedimento 2, ou

$z_i = \sum_{i=1}^{n} v_i(a_j)$, no procedimento 3.

Então, para se obterem os mesmos valores globais $v'_i(a_j)$, pelo menos equivalentes, para todas as alternativas, ter-se-ia que alterar os valores das constantes de escala w_i.

Quando se considera o procedimento 1, o valor da alternativa depende da transformação a seguir:

$$v'(a_j) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[\frac{v_i(a_j) - \underset{j}{Min}[v_i(a_j)]}{\underset{j}{Max}[v_i(a_j)] - \underset{j}{Min}[v_i(a_j)]} \right]$$

Nesse procedimento, o processo de elicitação tem a mesma hipótese atendida pelo procedimento 2, para as consequências de melhor desempenho m_j. Isto é, assumem o valor $v_j(m_j) = 1$. No entanto isso não é válido para o valor das consequências de pior desempenho p_j, que assumem $v_j(p_j) = 0$, no procedimento 1, mas outro valor $v_j(p_j) > 0$, no procedimento 2.

Se o procedimento de elicitação utilizar comparações com consequências dos tipos de melhor desempenho m_j, (com $v_j(m_j) = 1$) e de pior desempenho p_j, (com $v_j(p_j) = 0$), então isso pode acarretar problemas. Isso ocorrerá visto que o decisor irá estabelecer os valores assumindo que $v_j(p_j) = 0$, válido para o procedimento 1. Essa condição é aplicada para vários procedimentos de elicitação, tais como: *trade-off* e *swing*. Este último usado em vários métodos, tal como o SMARTS e SMARTER.

Uma questão frequentemente colocada é: Por que um procedimento de agregação com tantos requisitos e hipóteses teóricas, e tão propenso a ser influenciado por escolhas arbitrárias durante o processo de aplicação, é tão amplamente usado? (POLMEROL; BARBA-ROMERO, 2000)

Acrescenta-se também que além de ser muito utilizado, o procedimento geralmente é usado de forma inadequada. Alguns autores, na literatura de MCDA, observam que o modelo aditivo tem a característica de parecer "natural" para decisores ingênuos.

No entanto, deve-se observar que há vários métodos que permitem resultados consistentes quando se tem uma abordagem adequada para se efetuar a elicitação de preferências ou parametrização do modelo aditivo.

3.3.3 *Procedimento de normalização do caso de seleção de fornecedores*

No caso de seleção de fornecedores de Barla (2003), foi mostrada na Tabela 3.3 a utilização de outro procedimento de normalização. A seguir, mostram-se na Tabela 3.9 a matriz de decisão e o resultado desse problema, no caso de utilização do procedimento de normalização 1, sobre os dados da Tabela 3.2.

Tabela 3.9 – Matriz de decisão para o caso Barla (2003) com normalização diferente

Alternativas\ Critérios	Organização de Qualidade	Serviço	Capabilidade	Condição Financeira	Condição Geográfica	Confiabilidade	Preço	Valor global	Ordem
k_j	0,17	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,11	------	-------
F1	0,85	0,89	0,29	0,5	1	0,65	0,4	0,67	3
F2	0,91	0	0,67	1	1	1	0,4	0,71	2
F3	0,15	0,56	0,29	0,5	1	0,74	0,4	0,51	7
F4	0,68	0,71	0,04	0	1	0,31	0,4	0,46	9
F5	0,85	0,2	0,92	1	1	0,61	0,4	0,72	1
F6	0	0,51	0,67	0,5	1	0	0,4	0,44	10
F7	0,74	0,58	0,2	0	1	0,25	0,4	0,46	8
F8	0,6	1	0,2	0	1	0,52	0,4	0,54	6
F9	0,8	1	1	0	1	0,27	0,4	0,66	4
F10	1	0,77	0	0,5	1	0,36	0,4	0,59	5

Na Tabela 3.9 têm-se os valores globais apresentados na penúltima coluna e a ordem das alternativas, na última coluna. Verifica-se agora que o resultado é diferente daquele mostrado na Tabela 3.2. com esse procedimento de normalização, o modelo apresenta a alternativa F5, como a melhor, seguida pela alternativa F2. A alternativa, anteriormente a melhor, está agora na terceira posição. A Tabela 3.10 mostra que houve mudança na ordem de 80% das alternativas.

Tabela 3.10 – Matriz de decisão para o caso Barla (2003) com normalização diferente

Alternativas\ Critérios	Ordem no Procedimento Barla (2003)	Ordem no Procedimento 1	Mudança na ordem da alternativa
F1	1	3	X
F2	3	2	X
F3	6	7	X
F4	9	9	
F5	2	1	X
F6	8	10	X
F7	10	8	X
F8	5	6	X
F9	4	4	
F10	7	5	X

Esse caso ilustra a importância que se deve ter com a escolha de um procedimento de normalização, que em si já é um artifício de simplificação na condução da avaliação intracritério, quando a função valor é linear. Os valores de *performance* máximos e mínimos (representados por 1 e 0 na escala), para cada critério, são muito relevantes na determinação das constantes de escala e têm um impacto determinante na aplicação do modelo de agregação da equação (3.1). Esses valores diferem de forma significativa entre um procedimento e outro. Por exemplo, para o critério serviço, os valores máximos e mínimos são respectivamente 71 e 10, no Procedimento 1. Enquanto no procedimento aplicado em Barla (2003), são 100 e 0, respectivamente. Assim, na escala usada em Barla (2003), a alternativa com máximo valor (neste caso são duas: F8 e F9), no critério serviço, tem valor $v_2(a) = 0{,}71$, conforme se observa na Tabela 3.3.

Deve-se ficar atento ao fato de que a maioria dos métodos de elicitação das constantes de escala, e portanto, a maioria dos métodos multicritério aditivo, é baseada no procedimento de normalização 1, para avaliação intracritério (há exceções para as quais se devem tomar cuidados até maiores). Em outras palavras, esses procedimentos de elicitação consideram que a alternativa com valor de *performance* máxima, num critério i, tem valor $v_i(a) = 1$, nesse critério. Igualmente, a alternativa com valor de *performance* mínima, num critério i, tem valor $v_i(a) = 0$, nesse critério.

A questão principal a considerar é a associação entre esses procedimentos de normalização e o método utilizado para a elicitação das constantes de escala, ou seja, a forma de parametrização do modelo aditivo, que será visto no próximo item.

3.4 Parametrização do modelo aditivo

Na avaliação intercritério, entre os procedimentos mais mencionados na literatura estão o procedimento com *trade-off* apresentado no item 3.5 e o procedimento com *swing* apresentado em seguida, integrado ao método SMARTS.

Outros procedimentos são também considerados na literatura, além daqueles inseridos em cada método de agregação. Dentre estes outros procedimentos, destacam-se:

- Pesos por unidades de atributos.
- Custo equivalente.

Só é possível aplicar a obtenção de pesos para unidades de atributos quando os atributos são naturais e a função valor para cada atributo é linear. Atributos

naturais, no sentido de que são representados por variáveis objetivas com unidades de medida bem compreendidas pelo decisor, tais como: km, kg, km/h etc. Esse procedimento consiste em se assinalar pesos (relativa importância) para unidades dos atributos. Um exemplo de aplicação desse procedimento é apresentado para análise de produção científica (KEENEY et al., 2006). Considerando-se dois atributos: publicação de artigos em periódicos e publicação de livros, pode-se estabelecer o peso relativo para comparar esses atributos, considerando a unidade. Ou seja, pode-se perguntar ao decisor: "Qual é o peso de um artigo em periódico em relação ao peso de um livro?"

O procedimento de custo equivalente também se aplica apenas nos casos em que se têm atributos naturais e suas funções valor são lineares. Nesse procedimento se estabelece o custo de cada unidade para cada atributo. Por exemplo: o custo de um hectare de terra com danos ambientais, ou o custo de uma vida em acidentes de trânsito. Esse procedimento é similar à análise custo-benefício, com a diferença de que um decisor estabelece o custo equivalente por meio de *trade-offs* (EDWARDS et al., 2007).

3.5 Procedimento de elicitação baseado em *trade-offs*

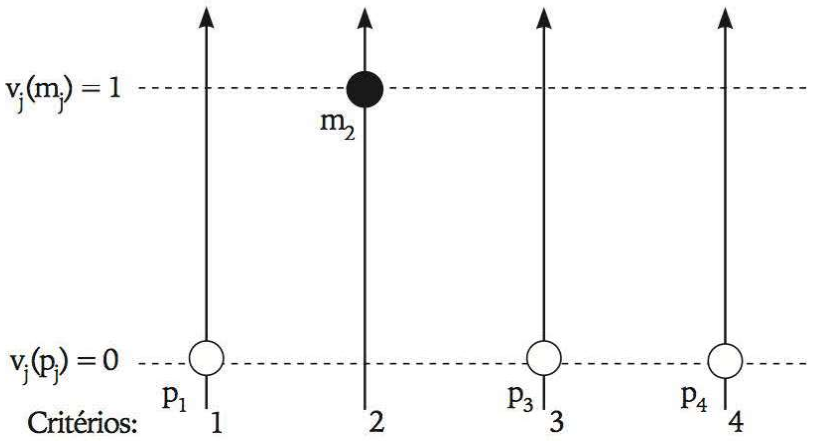
Esse procedimento é apresentado em detalhes por Keeney e Raiffa (1976) e é considerado o procedimento com maior rigor no que se refere à estrutura axiomática. Uma vantagem desse procedimento é permitir a incorporação de uma avaliação intracritério com funções valores não lineares, diferentemente da maioria dos métodos utilizados, tais quais aqueles baseados no procedimento *swing*.

3.5.1 Elementos básicos e notações do procedimento

Nesse procedimento são obtidas visões de *trade-off* entre várias consequências, a partir de comparações apresentadas ao Decisor. Essas consequências são organizadas com base no espaço de consequências do problema estudado, de forma a representarem os critérios. Assim, são utilizadas consequências com a melhor e a pior *performances*, representadas respectivamente por m_j e p_j, para o critério j. Denotam-se por x_j consequências de *performances* intermediárias, de forma que as seguintes relações de preferências são atendidas: m_j P x_j P p_j.

Na Figura 3.5 tem-se a representação de uma consequência desse tipo, para um problema com quatro critérios. Nessa figura, essa consequência apresenta a pior *performance* (p_1, p_3, p_4) para os critérios 1, 3 e 4, e a melhor (m_2) para o critério 2.

Figura 3.5 – Consequência que representa o critério 2



Tem-se, pela definição de escalas entre 0 e 1, que $v_j(p_j) = 0$ e $v_j(m_j) = 1$. Nesse caso, aplicando o modelo aditivo, conforme equação (3.3), já se pode avaliar que a consequência na Figura 3.5, que tem o seguinte valor:

$$v(x = p_1, m_2, p_3, p_4) = \sum_{j=1}^{4} k_j v_j(x_j) = k_2,$$

visto que $v_j(x_j)$ será igual a 1 ou 0, a depender do valor de x_j (m_j ou p_j), então essa equação consiste no somatório das constante de escala para os critérios com consequência $x_j = m_j$. No caso da Figura 3.5, a consequência tem valor igual ao da constante de escala do critério 2 (k_2). Então, comparando-se várias consequências, pode-se obter informação suficiente para se determinar os valores das constantes de escala.

3.5.2 *Procedimento de* trade-off

O procedimento é apresentado a seguir em seis etapas.

Etapa 1 – Avaliação intracritério

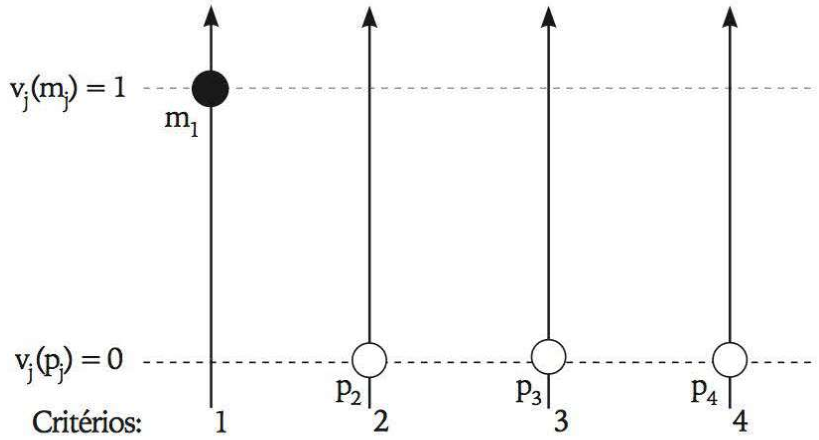
Primeiro se desenvolve a avaliação intracritério, donde se obtêm as funções valor $v_j(x_j)$ para cada critério j.

Etapa 2 – Ordenação dos critérios

Ordenam-se as consequências da melhor para pior, considerando o tipo de consequências mostrado na Figura 3.5, tal que $x_j = m_j$, apenas para o critério i, e $x_j = p_j$ para todos os outros critérios com $j \neq i$.

Considere-se uma comparação entre as consequências das Figuras 3.5 e 3.6.

Figura 3.6 – Consequência que representa o critério 1



Se o decisor prefere a consequência da Figura 3.5, ao invés daquela na Figura 3.6, então pode-se dizer que $k_2 > k_1$. Conforme já explicado anteriormente, isso não significa que o critério 2 seja melhor do que o critério 1, significa apenas que a consequência que representa o critério 2 (neste problema) é melhor que a consequência que representa o critério 1. Para dar continuidade nas etapas seguintes, admita-se que, dando continuidade às comparações, se encontre o resultado tal que $k_2 > k_1 > k_4 > k_3$.

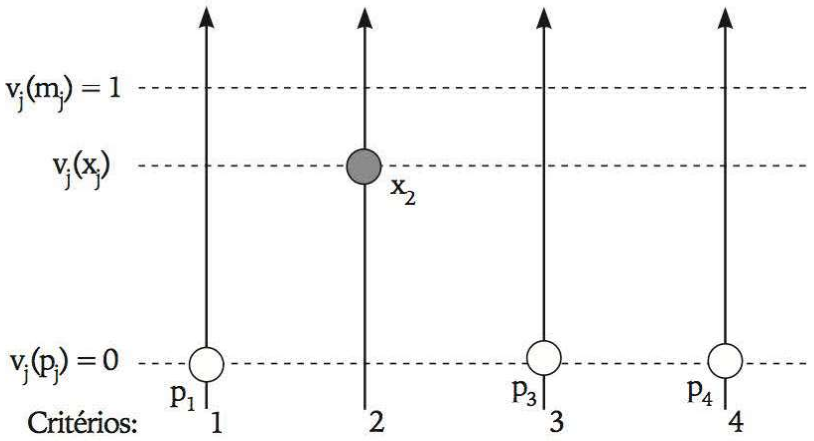
Etapa 3 – Explorando mais o espaço de consequências

Procura-se obter outras comparações de relações de preferência P, que correspondem a outras inequações de valores entre consequências, para que o decisor possa pensar mais no espaço de consequências e melhorar sua sensibilidade de avaliação.

Etapa 4 – Obtenção da relação entre as constantes de escala

Procura-se, nessa etapa, encontrar algumas relações de indiferenças I, variando-se para um determinado critério o valor de x_j entre m_j e p_j. Inicia-se pelo critério para o qual k_j tem o maior valor, conforme etapa 2, acima. No exemplo com quatro critérios, sabe-se que a consequência (p_1, m_2, p_3, p_4) é preferível à consequência (m_1, p_2, p_3, p_4). Então, compara-se a consequência (p_1, x_2, p_3, p_4), na Figura 3.7, com a consequência (m_1, p_2, p_3, p_4), na Figura 3.6.

Figura 3.7 – Consequência (p_1, x_2, p_3, p_4)



De forma bem simplificada, pode perguntar ao decisor: "Para que valor de x_2 há indiferença entre as duas consequências?"

Quando for encontrada uma indiferença entre as duas consequências, então $v(p_1, x_2, p_3, p_4) = v(m_1, p_2, p_3, p_4)$. Neste caso, $k_2 v_2(x_2) = k_1$. Observa-se que, por meio da etapa 1, já se obteve o valor $v_2(x_2)$, então já se pode estabelecer a relação entre k_2 e k_1.

Etapa 5 – Avaliação das outras constantes de escala

Repete-se a Etapa 4 para os outros critérios, e obtém-se o número de relações necessárias para se obterem os valores de cada k_j.

Etapa 6 – Finalização

Para finalizar esse processo, devem-se efetuar alguns testes de consistência. Esses testes consistem em averiguar se as comparações, envolvendo preferências entre consequências diversas, tais como as efetuadas na etapa 3, são consistentes com os valores calculados com a função valor v(x), para os valores de k_j obtidos, com base na equação (3.3). Ou seja, dadas duas consequências quaisquer x' e x'', se x' P x'', então $v(x') > v(x'')$.

3.5.3 Comentários sobre o procedimento

Na etapa 1 obtêm-se funções valor $v_j(x_j)$ para cada critério j, as quais deverão estar numa escala de 0 a 1, de modo que $v_j(p_j) = 0$ e $v_j(m_j) = 1$. Essa função é usada na etapa 4 para obter as relações entre as constantes de escala, quando da obtenção de relações de indiferenças. Podem ser consideradas funções valor

linear ou não linear, nessa etapa, as quais são incorporadas na etapa 4, diferentemente de outros procedimentos.

A etapa 2 consiste no ordenamento das consequências que representam os critérios, conforme mostrado na Figura 3.5, resultando na ordenação dos valores das constantes de escala k_j. No exemplo para quatro critérios, tem-se a constante de escala k_j de maior valor, para o critério $j = 2$, ou seja k_2.

A etapa 3 não fornece informações diretas, mas é importante como preparação para a etapa seguinte, permitindo que o decisor explore e entenda melhor o espaço de consequências.

A etapa 4 permite a determinação da relação entre os valores de constante de escala k_j, entre os dois critérios com maior valor de constante de escala, por meio da obtenção das relações de indiferença.

A etapa 5 finaliza o procedimento, repetindo a etapa 4 para todos os critérios, e permite a determinação final dos valores de cada constante de escala k_j por meio da obtenção das relações de indiferença. Precisa-se de um total de $n-1$ equações, considerando-se que se pode usar a equação (3.2).

Para a avaliação das alternativas, obtém-se a consequência $x = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ para cada alternativa, a partir da qual se tem a avaliação final da alternativa, na equação (3.3). Deve-se observar que um vetor $x = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ corresponde a cada linha na matriz de decisão (ou de consequências).

3.6 Métodos SMARTS e SMARTER

Um dos métodos que utilizam a agregação aditiva é o SMARTS (*Simple Multi-Attribute Rating Technique*), proposto por Edwards e Barron (1994), que tem uma variante denominada SMARTER.

Esse método usa o procedimento de pesos por *swing*, cuja origem vem de um analista desconhecido vinculado a uma empresa de consultoria, na década de 1970 (EDWARDS; BARRON, 1994). Este procedimento foi incorporado ao método SMARTS e SMARTER.

Este método considera funções valor lineares para avaliação intracritério, simplificando as hipóteses no processo de análise. No entanto, alguns cuidados são recomendados para a obtenção das constantes de escala.

Edwards e Barron (1994) destacam a importância do *trade-off* entre erro de modelagem e erro de elicitação. A proposta dos métodos se baseia na consideração de que os procedimentos de *trade-off* propostos por Keeney e Raiffa (1976) são mais difíceis de aplicar. Considera que o procedimento mais simples leva a

menor erro de elicitação. Apresentam procedimentos para verificação de erros inaceitáveis no uso do método. Essas regras incluem a avaliação de adequação das hipóteses para a aproximação da avaliação intracritério linear e para a agregação com o modelo aditivo.

O método SMARTS é conduzido nas seguintes etapas:

Etapa 1 – Propósitos e Decisores

Os decisores são identificados e os propósitos do problema em análise são estabelecidos.

Etapa 2 – Obtenção da Estrutura dos Atributos

Os objetivos são estabelecidos juntamente com as variáveis que vão representá-los, os atributos. Estes podem ser obtidos dentro de uma visão hierárquica. Pode-se usar a abordagem proposta por Keeney e Raiffa (1976) e Keeney (1992). Deve-se procurar refinar a lista para não se ter um número elevado de atributos, sendo alguns de pouca importância no processo.

Etapa 3 – Estabelecimento das Alternativas

A geração de alternativas é a etapa mais criativa no processo decisório. Os procedimentos propostos por Keeney (1992) podem ser aplicados.

Etapa 4 – Construção da Matriz de Consequências

Essa etapa consiste na obtenção da matriz com todas as consequências para cada alternativa em função de cada critério. A consequência pode também já ser apresentada na forma de avaliações subjetivas ou de seus valores, quando se apresentam como varáveis físicas.

Etapa 5 – Eliminação das Alternativas Dominadas

Nessa fase são eliminadas as alternativas dominadas. Deve-se tomar cuidado para que não se reduza drasticamente a faixa de valores dos atributos, visto que isso será relevante no processo de obtenção das constantes de escala. Raramente isso ocorrerá, mas deve-se observar se a eliminação de alguma alternativa não elevou muito o valor mais baixo em algum critério.

Etapa 6 – Construção da Matriz de Avaliação

Essa etapa consiste na avaliação intracritério. Ou seja, a obtenção das funções valor de todos os critérios (ou atributos). Nessa fase também é efetuada a conversão para uma mesma escala de avaliação para os atributos cujas consequências são apresentadas na forma de avaliação subjetiva, caso não tenha sido

realizada na etapa 4. É sugerido executar a transformação de escalas, assumindo que a função valor para cada atributo é linear.

Quando o critério é qualitativo (ou seja, não é representado por alguma medida física), deve-se efetuar uma elicitação da função valor com o decisor (avaliação intracritério). Edwards e Barron (1994) destacam que para usar o modelo aditivo deve-se avaliar, nessa etapa, a monotonicidade condicional. Destaca-se que as consequências que se apresentam como perdas (têm valor decrescente com o aumento do valor da consequência) terão a função valor apresentada como ganho nessa etapa.

Uma vez que a função é considerada linear, nessa etapa, a tarefa consiste em avaliar a melhor e a pior consequência, que terão valores extremos na escala: 0 e 1 (ou 10 ou 100).

Etapa 7 – Efetuar Parte 1 do *Swing* para Ordenação dos Critérios

Essa parte consiste em ordenar os critérios, com base no procedimento de *swing*. O procedimento consiste em incluir na matriz de avaliação uma alternativa hipotética que tem o pior desempenho em todos os critérios, tendo, portanto, valor 0. A seguinte questão é colocada para o decisor:

> "Suponha que você será obrigado a escolher esta alternativa, se você pudesse melhorar o desempenho desta alternativa em apenas um dos critérios para o valor máximo, igual a 1 (ou 10 ou 100, conforme escala adotada), que critério você escolheria?"

Esse é o critério que terá o maior valor de constante de escala, ou peso. Depois, outra questão é apresentada ao decisor:

> "Suponha agora que você poderá melhorar o desempenho dessa alternativa, para o valor máximo, em apenas um dos critérios, exceto para o critério escolhido na etapa anterior, que critério você escolheria?"

Esse é o critério que terá o segundo maior valor de constante de escala, ou peso. Agora, o processo é continuado da mesma forma que para a questão anterior, até que todos os critérios tenham sido avaliados.

Etapa 8 – Efetuar Parte 2 do *Swing* para Obtenção dos Pesos

A partir da informação anterior de ordem de importância dos critérios, com base no procedimento de *swing*, tem-se agora a obtenção dos pesos, ou seja, constantes de escala.

Supondo que a escala utilizada tenha sido de 0 a 100, o peso 100 é atribuído ao critério que tem o maior peso. Considera-se um critério que não seja relevante para o problema, que na atual etapa pode ser hipotético, pois teria sido eliminado na etapa 2. A esse critério será atribuído o peso 0.

Tem-se um *swing* com escala de 100 pontos. Então se apresenta a seguinte questão para o decisor:

> "Nesta escala de 0 a 100, qual é o peso do segundo critério mais importante?"

Em seguida, apresenta-se a mesma questão para todos os outros critérios, por ordem de importância. Para finalizar, a normalização dos pesos é efetuada com base no procedimento de normalização 3, apresentado no Capítulo 2.

Outros procedimentos alternativos são apresentados para essa etapa 8, sendo que esse é considerado o mais confiável e preferível pelos decisores analisados nos estudos de Edwards e Barron (1994).

Etapa 9 – Efetuar a Agregação Aditiva e Escolher

Nessa fase são calculados os valores de cada alternativa com o procedimento de agregação aditivo a partir das constantes de escala (pesos) obtidas na etapa 8.

O método SMARTER é conduzido nas mesmas etapas apresentadas acima para o SMARTS, com exceção da etapa 8, que é conduzida de forma diferente, conforme segue:

Etapa 8 – Obtenção dos Pesos

A partir da informação obtida na etapa 7, de ordem de importância dos critérios, com base no procedimento de *swing*, tem-se agora a obtenção dos pesos, ou seja, constantes de escala.

Nesse caso, utiliza-se um dos procedimentos propostos para transformar a informação de ordem dos critérios em pesos, sem que se faça uma avaliação adicional com o decisor. O procedimento recomendado é o ROC (*ranking ordered centroid*), que consiste na aplicação das equações a seguir, considerando n critérios e que $w_1 \geq w_2 \geq \ldots w_i \geq \ldots \geq w_n$:

$$w_1 = (1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n)/n$$
$$w_2 = (0 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n)/n$$
$$w_3 = (0 + 0 + 1/3 + \ldots + 1/n)/n$$
$$w_n = (0 + 0 + 0 + \ldots + 1/n)/n$$

Ou seja: $w_i = 1/n \sum_{j=1}^{n} 1/j$

O SMARTER pode ser útil em várias situações, incluindo quando o decisor não deseja efetuar elicitação de magnitude dos pesos.

Uma etapa final dos dois métodos consiste na análise de sensibilidade que deve estar presente em qualquer desses métodos. É importante destacar que Edwards e Barron (1994) apresentam avaliações para verificar as hipóteses de simplificação desse método.

3.7 Método de elicitação flexível

O método de elicitação flexível foi desenvolvido com base na visão de que nem sempre todas as informações solicitadas na maioria dos métodos podem ser necessárias para resolver o problema (ALMEIDA, 2012a). A ideia básica é resolver a questão da influência dos critérios por meio de uma elicitação flexível, que avalia em vários estágios do processo de elicitação o quanto de informação é necessário para se concluir a avaliação das alternativas, no contexto do problema enfrentado pelo decisor.

Sua principal vertente considera o procedimento de *trade-off*, que tem a mais sólida estrutura axiomática dentre os procedimentos usados em métodos aditivos. Por outro lado, o procedimento de *trade-off* apresenta uma maior taxa de inconsistência, com base em vários estudos comparativos desenvolvidos e apresentados na literatura (ALMEIDA, 2012a).

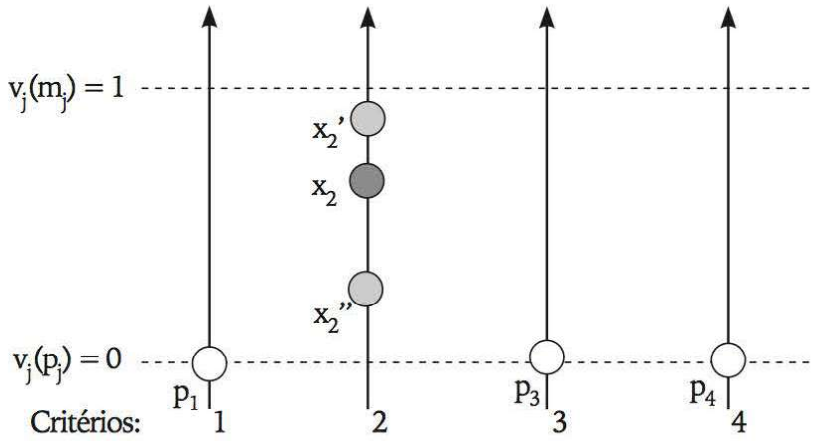
Essa visão de elicitação flexível considera a possibilidade de se trabalhar com comparação de consequências baseadas em relações de preferências ao invés de relações de indiferença. Assume-se que o estabelecimento de comparações com relação de indiferença exige um maior esforço cognitivo do decisor, podendo levar a erros e inconsistências no processo. Enquanto a comparação com relações de preferências (P) tem menor grau de exigência cognitiva que variável, dependendo da distância preferencial entre estas consequências (ALMEIDA, 2012a).

O método tem suas duas etapas iniciais similares aos outros procedimentos, consistindo em efetuar a avaliação intracritério, na etapa 1, e a ordenação dos critérios, na etapa 2, de forma similar àquela efetuada nos procedimentos com *trade-off* e por *swing*.

Na etapa 3, inicia-se um processo interativo em que as questões serão baseadas no grau de informação necessária para se obter uma resposta ao problema do decisor.

A seguir, tem-se uma ideia de como o processo de elicitação flexível é desenvolvido, considerando uma comparação que envolve uma consequência que representa o critério 1, mostrado na Figura 3.6, e outra consequência que está relacionada ao critério 2, conforme mostra a Figura 3.8.

Figura 3.8 – Consequência com informação flexível



Na Figura 3.8, se fosse indicado o ponto x_2 ter-se-ia uma relação de indiferença entre as duas consequências nas Figuras 3.6 e 3.8, conforme procedimento de *trade-off*. No entanto, é isso que o método de elicitação flexível evita solicitar ao decisor. Ao invés disso, são solicitadas informações mais suaves, relativas a consequências que envolvem pontos em torno do ponto x_2. Estes seriam os pontos x'_2 e x''_2, que são mostrados na Figura 3.8. Está claro que nessas situações o decisor teria a seguinte relação de preferência:

$$(p_1, x'_2, p_3, p_4)\ P\ (m_1, p_2, p_3, p_4)\ P\ (p_1, x''_2, p_3, p_4).$$

Ou seja, se for indicado um valor de *performance* relativo ao ponto x'_2, o decisor prefere a consequência na Figura 3.8, relativa ao critério 2. Por outro lado, se for indicado um valor de *performance* relativo ao ponto x''_2, o decisor prefere a consequência na Figura 3.6, relativa ao critério1.

Portanto, obtendo-se valores para x'_2 e x''_2, têm-se as duas inequações a seguir: $k_2v_2(x'_2) > k_1$ e $k_2v_2(x''_2) < k_1$. Observa-se que por meio da etapa 1 já se obteve o valor $v_2(x_2)$. Isso pode ser desenvolvido na comparação entre todos os critérios, de forma a se obter o seguinte espaço de pesos (ALMEIDA, 2012a); para n critérios ($v_2(x''_2)$ é representado por x''_2, para efeito de simplificação):

$$\varphi_n = \left\{(k_1, k_2, ..., k_n) \mid \sum_{i=1}^{n} k_i = 1; k_1 x''_1 < k_2 < k_1 x'_1; ...; k_i x''_i < k_{i+1} < k_i x'_i; ...; \right.$$
$$\left. k_{n-1} x''_{n-1} < k_n < k_{n-1} x'_{n-1} \right\}$$

O procedimento de elicitação flexível utiliza esses limites para as constantes de escala e procura resolver o problema do decisor com base em problemas de programação linear. Assim, a cada etapa de avaliação com o decisor procura-se avaliar se a informação já permite uma resposta adequada ao decisor. Caso não seja ainda possível, outros valores para x'_i e x''_i são obtidos, numa comparação entre critérios vizinhos, para avaliação subsequente. Esse processo é repetido até que se encontre a alternativa/solução para o decisor. Esse processo é flexível e é desenvolvido até o ponto em que seja necessário, evitando carregar o decisor com uma quantidade elevada de questões (ALMEIDA, 2012a). Além disso, produz um tipo de pergunta que demanda menor esforço cognitivo.

Uma evolução desse processo para decisão em grupo é apresentado em (ALMEIDA, 2013).

3.8 Outros métodos para parametrização do modelo aditivo

Vários métodos são utilizados para efetuar a agregação com o modelo aditivo. A principal diferença entre esses métodos está na forma como a elicitação das constantes de escala é desenvolvida. Outras diferenças podem estar associadas à forma como a avaliação intracritério é desenvolvida e incorporada no modelo de agregação.

Alguns métodos podem apresentar peculiaridades próprias, tal como o *Even Swaps*, descrito em seguida e que se aplica a tipo particular de problema, com apenas duas alternativas.

A seguir, alguns desses métodos são resumidamente descritos.

3.8.1 Método Even Swaps

Este método (HAMMOND et al., 1998a; HAMMOND et al., 1999) já foi traduzido como sendo método de trocas justas (poderia ser trocas satisfatórias, igualadas, ou empatadas) e é baseado numa proposta de Benjamim Franklin de 1772, para efetuar *trade-offs* na escolha entre duas alternativas. O método é aplicado a situações com duas alternativas. Consiste em analisar *trade-offs*, com o objetivo de usá-los para substituir o problema inicial por um problema mais simples, isto é, com menor número de alternativas ou critérios.

A ideia original de Benjamim Franklin consistia na eliminação dos critérios para os quais houvesse essas trocas satisfatórias. Por exemplo, analisando os critérios prós e contras de uma determinada alternativa, quando se encontra um par de critérios (um pró e outro contra) que são equivalentes (empatados), esses dois critérios podem ser eliminados. Assim, o método *Even Swaps* propicia um mecanismo através do qual o decisor cria essas equivalências, ampliando a gama de aplicação dessa abordagem.

Esse método, em princípio, atende aos mesmos requisitos dos métodos de agregação aditivos, visto que o *trade-off* efetuado está dentro desse contexto.

Hammond et al., (1998a) apresentam uma sequência de recomendações sobre como obter as trocas, reforçando que o grande benefício do método é forçar o decisor a pensar nos valores de cada *trade-off* de uma forma mensurada e racional.

3.8.2 Método Macbeth

O método Macbeth (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*) requer apenas julgamentos de natureza qualitativa sobre diferenças de atratividade, com uma escala de seis níveis entre opções e permite a construção de uma escala numérica (BANA; COSTA et al., 2005).

Bana e Costa et al. (2005) argumentam que o método se originou de uma preocupação em construir uma escala de valor sem forçar o decisor a produzir diretamente uma representação numérica de preferências. Assim, procuram envolver apenas dois elementos para comparação e julgamento pelo decisor.

A construção da escala numérica é realizada com base na formulação de problemas de programação linear que estabelecem as condições necessárias para a construção da escala intervalar de forma consistente.

3.8.3 Método AHP

O método AHP (*Analytic Hierachy Process*) trata de um método de agregação aditivo com uma ênfase em procedimento próprio para modelagem das preferências do decisor. Foi proposto por Saaty (1980) e apresenta uma forma bem estruturada para estabelecer os objetivos e critérios numa forma hierárquica. Outro método ligado a essa linha de abordagem foi proposto para tratar de situações que envolvem interdependência preferencial. Trata-se do ANP (*Analytic Network Process*), que adota um procedimento de agregação multiplicativo (SAATY, 1996).

O AHP usa uma abordagem hierárquica para estabelecer os critérios (*value tree*) e para identificar as alternativas. O AHP usa um procedimento de compara-

ção par a par para comparar as alternativas para cada critério. Isso é efetuado por meio de avaliações numa escala semântica de cinco níveis, apresentada de forma explícita, tendo nove níveis no total, pois se há hesitação do decisor, valores intermediários são considerados entre os cinco níveis. Os critérios são também comparados entre si. O método utiliza escalas de razão para todas as avaliações. O método introduz a possibilidade de avaliar inconsistências no julgamento de valor pelo decisor.

Vários questionamentos relacionados a alguns problemas nesse método são apresentados na literatura. Para alguns desses problemas, soluções têm sido apontadas. Dentre esses problemas se destacam: (a) reversão de ordem; (b) a interpretação para os pesos dos critérios, representando a importância relativa; (c) uso da escala de razão para todos os julgamentos, que implica a existência do zero absoluto; (d) interpretação numérica da escala verbal utilizada na elicitação. Howard (1992) afirma que o AHP é um processo largamente usado, embora não obedeça às regras (para o modelo de agregação aditivo), destacando que seu largo uso provém do fato de que não exige muito esforço do decisor.

3.8.4 Outros métodos de agregação com função valor aditiva

Há outros métodos na literatura que se enquadram nesse item, tais como:

- Método de entropia: não utiliza informação do decisor para avaliar os pesos. Baseia-se na faixa de valores obtidos para cada critério; quanto maior a dispersão na avaliação das alternativas, maior será o peso do critério.
- UTA (*Utilité Additive*), que é um método de desagregação de preferências para função valor aditiva (JACQUET-LAGRÈZE; SISKOS, 1982). Nesse método, uma função utilidade ótima é estabelecida, por meio de programação linear. Há várias extensões ao método inicialmente proposto.
- TOPSIS, apresentado no Capítulo 6.

4

Teoria da utilidade multiatributo

A Teoria da Utilidade Multiatributo (*Multi-Attribute Utility Theory* – MAUT) foi derivada da Teoria da Utilidade e Teoria da Decisão (KEENEY; RAIFFA, 1976). MAUT incorpora à Teoria da Utilidade os elementos necessários para resolver problemas com múltiplos critérios, mantendo toda a estrutura axiomática da teoria. Em MAUT os critérios são chamados de atributos. Segundo Edwards e Barron (1994), Howard Raiffa apresentou o *insight* fundamental para MAUT em 1968, destacando que se qualquer objeto pode ser valorado (e avaliado), esse objeto é valorado por mais do que apenas uma razão. Raiffa (1968) desenvolveu algumas considerações para o uso de uma visão multicritério em problemas na área de saúde.

Dessa forma, MAUT surgiu como derivação natural da Teoria da Utilidade. A noção de utilidade foi descrita em 1738 num artigo por Daniel Bernoulli como unidade para medir preferências. Em 1789, Jeremy Bentham associou à noção de utilidade aquela "propriedade em qualquer objeto, pela qual ele tende a produzir benefício, vantagem, prazer, bem ou felicidade [...]". A publicação do trabalho "Theory of games and economic behaviour" por John von Neuman e Oskar Morgenstern em 1944 caracterizou um marco na Teoria da Utilidade. A Teoria da Utilidade (e portanto, MAUT) está associada também a outros temas (teoria dos jogos e teoria da decisão). MAUT fornece uma estrutura axiomática sólida e consistente para decisão multicritério e, por decorrência, com algumas restrições para aplicação.

A Teoria da Utilidade Multiatributo (MAUT) é uma das abordagens mais clássicas para métodos de decisão multicritério. Neste capítulo, a estrutura axiomática da teoria é desenvolvida, destacando vários modelos usados em MAUT. Os procedimentos para elicitação de função utilidade são considerados e as principais condições para uso de modelos com função utilidade são também analisadas.

O modelo de agregação mais usado em MAUT também é o modelo aditivo. Então, uma questão importante surge, em relação à diferença entre o assunto abordado no capítulo anterior e o que é tratado neste capítulo, considerando o modelo aditivo em MAUT. A diferença fundamental é que os modelos relativos à função valor estão relacionados a consequências determinísticas, enquanto os relativos à função utilidade estão relacionados a consequências probabilísticas. Assim, em problemas que envolvem modelagem probabilística, a questão de tratamento das incertezas é inserida dentro da estrutura axiomática de MAUT.

4.1 Estrutura geral de MAUT

A construção de modelos que utilizam MAUT inclue, geralmente, a abordagem de Teoria da Decisão, que em seu enfoque bayesiano permite ainda tratar as incertezas inerentes aos problemas a serem analisados através do uso de conhecimento *a priori* de especialistas no sistema de produção. Nesse caso, alguns problemas são tratados sob a ótica dos ingredientes básicos de Teoria da Decisão (RAIFFA, 1968; BERGER, 1985; KEENEY; RAIFFA, 1976; SOUZA, 2002): Estado da Natureza (θ), Ações que o Decisor Pode Adotar (a), Consequências (P). O comportamento do Estado da Natureza é avaliado com base na análise estatística dos dados do sistema, incorporando também o conhecimento *a priori* de especialistas através de distribuição de probabilidade *a priori* $\pi(\theta)$.

Cuidado deve-se tomar distinguindo-se a expressão "função utilidade" de "função valor". Na grande maioria dos textos sobre MAUT há uma clara distinção entre essas expressões. Uma função valor está associada a uma avaliação das consequências num contexto de certeza, enquanto uma função utilidade está associada a uma avaliação das consequências num contexto probabilístico.

De maneira resumida, o problema do decisor consiste em escolher a alternativa a em A que o deixe mais satisfeito com o resultado $X_1(a)$, ..., $X_n(a)$, onde X_i representa os atributos de avaliação. Dessa forma, é necessário um índice que combine $X_1(a)$, ..., $X_n(a)$ em um índice de valor, que é a função utilidade. Portanto, deve-se obter uma função utilidade u, definida sobre o espaço de consequências, atendendo às propriedades da teoria.

A Figura 3.1, no capítulo anterior, mostra o espaço de consequências, que deve ser objeto da avaliação, que é similar ao caso determinístico, sendo que nesse

caso para MAUT. Uma vez que aqui se consideram as consequências probabilísticas, deve-se observar que a ligação entre *a* e X é uma distribuição probabilística, na Figura 3.1, assumindo probabilidade igual a 1, de se obter a consequência $x = (x_1, x_2, ..., x_j, ..., x_n)$.

Outro aspecto relativo à consequencia probabilística e à associação entre MAUT e Teoria da Decisão corresponde ao tratamento do ingrediente Estado da Natureza que se distingue de Consequências. Geralmente, associam-se, a cada alternativa de ação, consequências que são avaliadas pelo decisor. Essas consequências são avaliadas conforme cada critério ou atributo pelo método multicritério utilizado. Na estrutura de MAUT, outro elemento pode ser considerado: o Estado da Natureza. Ingrediente típico de Teoria da Decisão, representa as variáveis não controladas pelo decisor. Estariam sob "controle" da natureza. Assim, para cada combinação de Estado da Natureza e alternativa de ação, há uma consequência. Utilizamos o conhecimento probabilístico que pode ser obtido dos estados da natureza, seja por meio de dados, ou de conhecimento *a priori* de especialistas, ou combinação desses. Assim, poderá haver uma etapa de modelagem probabilística, na análise do problema, em complemento à modelagem de preferências do decisor. MAUT está associada à questão da modelagem de preferências. Em relação à modelagem probabilística, devemos observar que a forma como incertezas são inseridas dentro da estrutura axiomática permite uma abordagem muito mais consistente com a aplicação de MAUT a problemas multicritério de decisão sob situação de incerteza.

Assim, o problema básico consiste em como estruturar e quantificar uma função utilidade u, ou seja, uma função *f*, de maneira que:

$$u(x_1, x_2, ..., x_n) = f[u_1(x_1), u_2(x_2), ..., u_n(x_n)],$$

onde u_i corresponde a uma função utilidade sobre o atributo X_i.

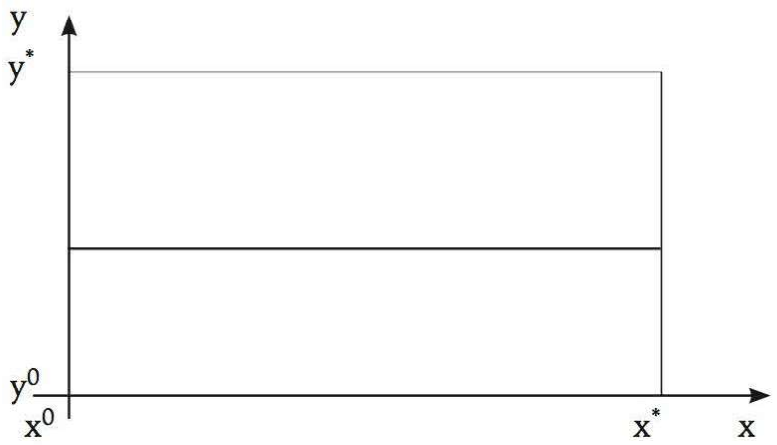
Para o caso de dois atributos x e y, ter-se-ia:

$$u(x, y) = f[u_1(x), u_2(y)]$$

4.2 Espaço de consequências

A Figura 4.1 apresenta o espaço de consequências para o caso de dois atributos X e Y. Os valores x^* e y^* representam os valores mais desejáveis para cada atributo, enquanto x^0 e y^0 representam os valores menos desejáveis. A utilidade do ponto mais desejável (x^*, y^*) é igual à unidade, ou seja $u(x^*, y^*) = 1$. Numa escala de utilidade (0,1), tem-se também $u(x^0, y^0) = 0$.

Figura 4.1 – Espaço de consequências para dois atributos



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976)

A função utilidade é obtida através de um protocolo estruturado e fundamentado na estrutura axiomática da Teoria da Utilidade, incluindo a questão probabilística sobre a avaliação de escolhas entre diferentes consequências. Esse protocolo é geralmente um procedimento denominado de elicitação da função utilidade, que também pode ser chamado de *edução* (SOUZA, 2002).

Nesse protocolo são efetuados a avaliação e o estudo das condições de independência em preferência do decisor com relação aos atributos. A independência em utilidade implica uma independência das preferências do decisor entre os atributos, de maneira a simplificar bastante a forma analítica da função utilidade multiatributo.

O procedimento para obter essa função utilidade multiatributo consiste em obter inicialmente a função utilidade condicional para cada atributo separadamente (condicionada a um determinado nível para cada um dos outros atributos) e depois avaliar e determinar o procedimento de agregação multicritério, isto é, a função utilidade multiatributo.

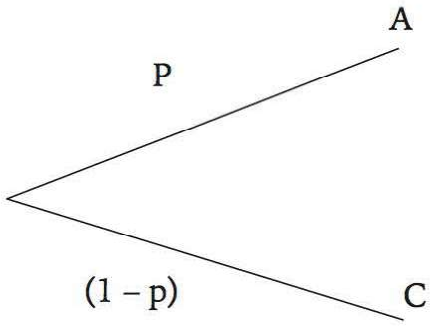
4.3 Axiomas da teoria da utilidade

A seguir são apresentados alguns conceitos básicos, seguidos dos axiomas da Teoria da Utilidade.

Um conceito importante, relacionado ao seu contexto probabilístico é o de Loterias. [A, p; C, 1 – p] representa uma Loteria entre as consequências A e C, onde p é a probabilidade de obter a consequência A e 1 – p é a probabilidade

de obter a consequência C. A Loteria também pode ser representada, conforme Figura 4.2.

Figura 4.2 – Loteria [A, p; C, 1 – p]



Na Teoria da Utilidade, podem-se evitar inconsistências na estruturação do problema, fazendo-se com que o decisor seja coerente com suas preferências de forma a obedecer aos axiomas da teoria. Dessa forma, tem-se que a função utilidade desse decisor pode ser perfeitamente definida em conformidade com esses axiomas. Os axiomas são apresentados a seguir, considerando as relações de preferência P e de indiferença I:

- Axioma da ordenabilidade: dadas as consequências A e B, pode-se dizer que A P B (A é preferível a B), ou A I B (A é indiferente a B) ou B P A (B é preferível a A).
- Axioma da transitividade: para preferência, se A P B e B P C, então A P C; para indiferença, se A I B e B I C, então A I C.
- Axioma da dominância: se A P B, então existe p, $0 < p \leq 1$, tal que para qualquer C: [A, p; C, 1 – p] P [B, p; C, 1 – p]; válido também para indiferença (I) no lugar de preferência (P).
- Axioma arquimediano: se A P B P C, então existem p e q, $0 < q < p < 1$, tal que [A, p; C, 1 – p] P B P [A, q; C, 1 – q].

Mais detalhes sobre esses axiomas são apresentados em Keeney e Raiffa (1976), Raiffa (1968), Souza (2002) e Berger (1985).

4.4 Elicitação da função utilidade unidimensional

Admita-se que determinado problema de decisão contenha n consequências de um atributo qualquer, representadas por x_1, x_2, x_3, ..., x_n, e que o decisor possa estabelecer uma ordem de preferência entre essas consequências. Considere-se que, em conformidade com as preferências do decisor, a consequência x_n é a mais preferível e que a consequência x_1 é a de menor preferência, e que essas consequências poderiam ser ordenadas da seguinte forma:

$$x_n \, P \, x_{n-1} \, P \ldots P \, x_3 \, P \, x_2 \, P \, x_1.$$

Tem-se nesse caso a observação do axioma da ordenabilidade, destacando que o atendimento a esse axioma exclui a relação de preferência de incomparabilidade.

Considere-se uma Loteria entre as consequências de maior e menor preferência x_n e x_1: $[x_n, p; x_1, 1 - p]$. Se o decisor tiver que declarar suas preferências entre essa Loteria e cada consequência x_i, então são oferecidas ao decisor duas opções, uma denominada de opção de certeza, x_i, e outra denominada de opção de risco $[x_n, p; x_1, 1 - p]$.

Para cada indiferença entre a consequência x_i e a Loteria $[x_n, p; x_1, 1 - p]$, obtém-se uma probabilidade p_i, que representa a probabilidade para a qual há indiferença do decisor entre a Loteria e a consequência x_i. Considerando que o decisor seja consistente (em conformidade com a Teoria da Utilidade, que não admite incomparabilidade), obtém-se $p_n = 1$ e $p_1 = 0$. As probabilidades p_i obtidas estarão relacionadas com o valor da consequência x_i na escala x_n, x_1. Ou seja, as probabilidades p_i obtidas correspondem a uma escala numérica das consequências x_i. O princípio básico da Teoria da Utilidade consiste em empregar as probabilidades p_i na obtenção do valor esperado das consequências x_i.

Um conceito útil em Teoria da Utilidade é o do equivalente certo. Para a Loteria $[x_n, p; x_1, 1 - p]$ acima, o valor x_i é definido como o equivalente certo, quando, para o decisor, há indiferença entre a loteria e x_i.

Esse conceito de equivalente certo é particularmente relevante na determinação da utilidade para as consequências de um problema de decisão. Há vários procedimentos na literatura para a elicitação da função utilidade unidimensional. Todos são baseados no uso do equivalente certo C. Pode ser na obtenção desse equivalente certo C para uma determinada loteria, diga-se [A, p; B, 1 – p], sendo que a probabilidade p dessa Loteria representa a utilidade de C, u(C), na escala (A,B), onde $u(A) = 1$ e $u(B) = 0$. Alternativamente, pode ser na obtenção da probabilidade p para a qual há indiferença entre a Loteria e C.

Geralmente, as duas consequências A e B correspondem, respectivamente, ao mais preferível e ao menos preferível dentre as consequências. Ou seja, o início e o fim da escala de utilidade. Como a utilidade da consequência C deve ser igual à utilidade esperada da Loteria, tem-se:

$$u(C) = p\,u(A) + (1 - p)\,u(B) = p$$

A função utilidade para um conjunto de consequências pode ser obtida por meio de um dos dois procedimentos a seguir:

- avaliação direta;
- estimação da função utilidade.

O processo de avaliação direta da utilidade para consequências consiste na obtenção direta do valor de utilidade para cada consequência no problema de interesse. Esse procedimento é limitado a problemas com poucas consequências. A partir de um número maior de consequências, é mais apropriado o procedimento da estimação da função utilidade.

4.4.1 Elicitação de função utilidade para dinheiro

A estimação da função utilidade é baseada no procedimento anteriormente descrito. Pode-se obter uma função utilidade, abrangendo todas as consequências no intervalo predefinido, com base na utilidade de algumas consequências. Suponha-se que se deseja obter a função utilidade para dinheiro na faixa de 0 a R$ 5.000,00. A Tabela 4.1 apresenta os valores de utilidade obtidos para alguns valores de x_i, a partir da Loteria [R$5.000,00, p; R$ 0, 1 – p], e considerando u(R$ 5.000,00) = 1 e u(R$ 0) = 0.

Tabela 4.1 – Elicitação de utilidade

X_i (R$)	$u(x_i)$
0	0
500	0,05
1000	0,1
1500	0,2
2000	0,35
2500	0,55
3000	0,75
3500	0,85
4000	0,9
4500	0,97
5000	1,00

Esses valores podem ser facilmente ajustados à função logística a seguir, com os parâmetros a = 1,8 e b = 2.800:

$$U(x) = a \exp[-(b/x)]$$

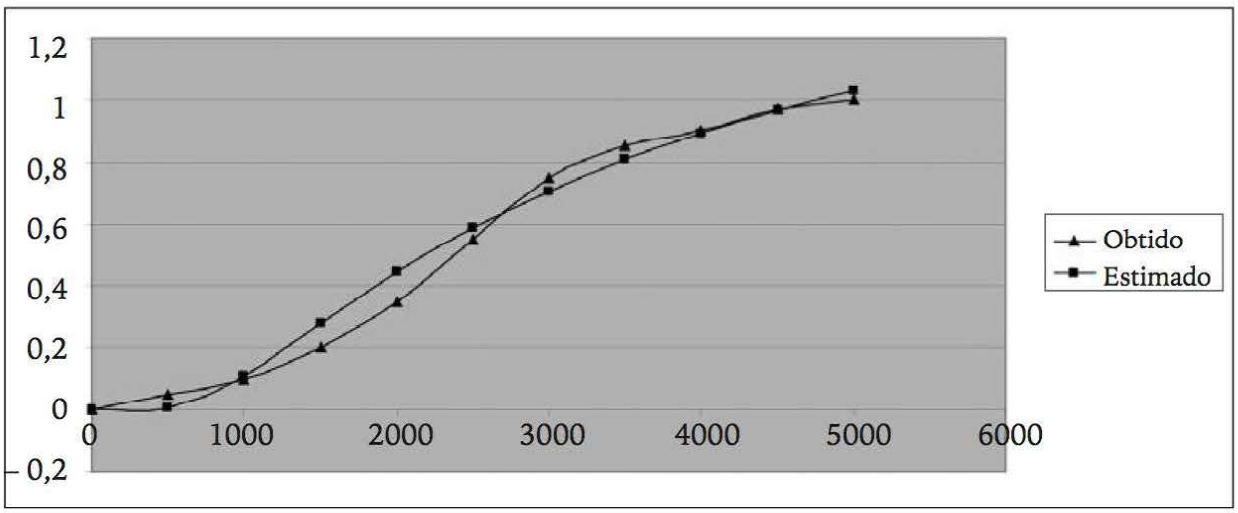
A Figura 4.3 mostra a curva correspondente a essa função.

Finalmente, é importante considerar a noção de utilidade esperada, a partir da qual, com base nos axiomas da teoria, pode-se obter a utilidade de qualquer loteria:

$$u([x_i, p; x_j, 1 - p]) = pu(x_i) + (1 - p)u(x_j)$$

Ou seja, a utilidade da loteria $[x_i, p; x_j, 1 - p]$ é igual ao valor esperado da Loteria.

Figura 4.3 – Elicitação da função utilidade



Para uma Loteria L composta de n valores de $x = x_i$, cada um com probabilidade $p = p_i$, e tendo-se as utilidades de cada x_i sendo $u(x_i)$, tem-se que a utilidade da Loteria L é dada por:

$$u(L) = \sum_{i=1}^{n} p_i u(x_i)$$

Para o caso contínuo de x com a função densidade de probabilidade f(x), tem-se:

$$u(L) = \int_x f(x)u(x)dx$$

4.4.2 *Paradoxo de St. Petersburg*

A função utilidade logística acima mostra duas das propriedades (BERGER, 1985) da função utilidade:

- A função tende a ser linear para pequenos valores de x; geralmente, qualquer pessoa estaria disposta a aceitar uma Loteria qualquer $[x_n, 0{,}5; x_1, 0{,}5]$ ao invés de ficar com R$ 1,00.
- A função utilidade é tipicamente delimitada, de forma que $u(x) \leq B$ (um limite, tal que $B < \infty$). Poucas pessoas achariam que R$ 500,00, além de certo limite (por exemplo, R$ 1.000.000,00), acrescentariam

significativo valor de utilidade. Essa propriedade é um resultado associado ao paradoxo de St. Petersburg.

Esse paradoxo surge da análise do seguinte jogo: uma moeda é jogada até que o primeiro resultado "cara" ocorra (na enésima vez) e o prêmio será R$ 2^n. O valor esperado deste jogo L, considerando a probabilidade de ocorrer "cara" p = 0,5 é

$$E(L) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^n p^n = \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{1}{2^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

Apesar desse resultado, poucas pessoas desejariam jogar esse jogo, pagando muito dinheiro, visto que a probabilidade de ganhar muito dinheiro é pequena. Por exemplo, a probabilidade de ganhar um valor igual ou maior do que R$ 32 é 1/16. Certas formas de função utilidade resolvem esse problema, tais como a função logística acima e a função a seguir:

$$U(x) = a \ln(bx+1)$$

A constante b pode ser escolhida para ser bem pequena, de forma que $U(x) \approx abx$, para pequenos valores de x. Embora a função não seja delimitada, pode ser parametrizada de forma a resolver bem esse problema.

4.4.3 Função utilidade condicional

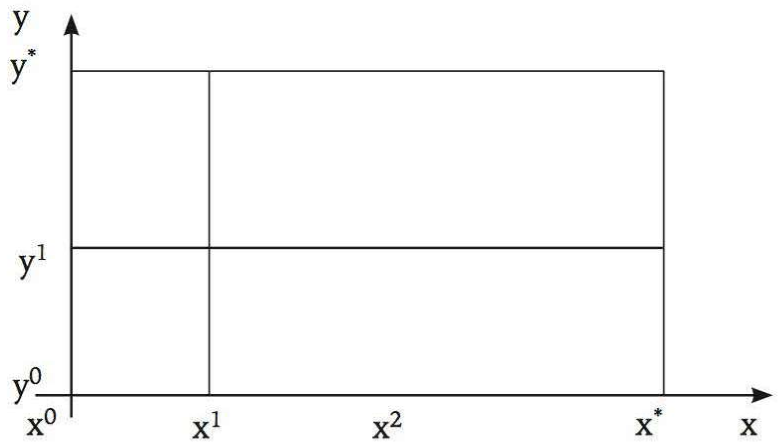
A aplicação de MAUT requer que se obtenha a função utilidade unidimensional para cada atributo e depois que se faça a agregação dessas funções por meio da função utilidade multiatributo. Essa função utilidade para cada atributo deve ser obtida como uma função utilidade condicional. No caso de dois atributos X e Y, trata-se de obter a função utilidade de um atributo X, condicionada a um valor fixado para o atributo Y.

Observando-se o espaço de consequências na Figura 4.4, tem-se que o segmento de reta horizontal, no nível de y^1, representa a função utilidade condicional u(x), condicionada ao valor de $y = y^1$.

Um conceito importante relacionado a funções utilidade é o de equivalência estratégica. Supondo que duas funções utilidade u1 e u2 tenham sido obtidas e que apresentem para duas Loterias quaisquer uma mesma ordem de preferência, podemos dizer nesse caso que u1 é estrategicamente equivalente a u2.

Como resultado, o equivalente certo calculado com base em cada uma dessas funções utilidade será o mesmo. Por exemplo, seja a Loteria $[(x^*, y^0), p; (x^0, y^0), 1 - p]$, o seu equivalente certo será o mesmo da Loteria $[(x^*, y^1), p; (x^0, y^1), 1 - p]$, se as funções $u(x, y^0)$ e $u(x, y^1)$ forem estrategicamente equivalentes. Observa-se que as funções $u(x, y^0)$ e $u(x, y^1)$ correspondem às consequências representadas pelo segmentos de reta de x, com $y = y^0$ e $y = y^1$, respectivamente, na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Função utilidade condicional



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976)

Quando se efetua uma transformação linear numa função utilidade u_1, obtemos outra função utilidade u_2, que é estrategicamente equivalente à primeira. Ou seja, se $u_2 = au_1 + b$, então u_2 é estrategicamente equivalente a u_1. Pode-se então dizer que é válida a relação entre as duas funções estrategicamente equivalentes: $u(x,y^0) = a\,u(x,y^1) + b$.

4.5 Função utilidade multiatributo

Conforme mencionado, o problema básico em MAUT consiste em obter uma função utilidade u, ou seja, uma função *f*, de maneira que:

$$u(x_1, x_2, ..., x_n) = f[u_1(x_1), u_2(x_2), ..., u_n(x_n)]$$

Para simplificação será considerado a seguir o caso de dois atributos x e y:

$$u(x, y) = f[u_1(x), u_2(y)]$$

Para a obtenção da função utilidade multiatributo, consideram-se a avaliação e o estudo das condições de independência preferencial. Para algumas condições específicas de independência há uma forma analítica para função utilidade multiatributo. Se na estrutura de preferências do decisor for observada uma dessas condições de independência entre os atributos, tem-se uma forma analítica aplicável.

Esse procedimento faz com que MAUT seja classificada como uma teoria prescritiva. Para cada condição de independência observada, prescreve-se uma forma analítica. Pode-se adiantar que essa forma analítica é derivada a partir da aplicação dos axiomas da teoria da utilidade.

Assim, a determinação da função utilidade multiatributo emprega os conceitos e axiomas relacionados à teoria da utilidade para uma dimensão (um atributo), acrescentando outros conceitos, tais como: a independência em utilidade e a independência aditiva entre os atributos.

Outra forma de se obter a função utilidade multiatributo seria através da avaliação direta. A avaliação direta para vários atributos é semelhante ao caso monoatributo. A diferença básica está no número de dimensões da consequência; no caso de um único atributo, a consequência pode ser representada por um ponto numa reta. No caso biatributo, é um ponto no espaço (y, z). No caso de n atributos, é um ponto no espaço *n*. Assim, na Figura 4.4, a utilidade $u(x^1, y^1)$ do ponto x^1, y^1 seria a probabilidade p para a qual esse ponto é o equivalente certo da Loteria: $[(x^*, y^*), p; (x^0, y^0), 1 - p]$.

A seguir, serão apresentadas duas condições de independência em MAUT e suas formas analíticas para a função utilidade. A primeira condição é a independência em utilidade. Se x e y são mutuamente independentes em utilidade, tem-se a forma analítica multilinear a seguir:

$$u(x,y) = k_1 u(x) + k_2 u(y) + k_3 u(x)u(y),$$

onde k_1, k_2 e k_3 são constantes de escalas, tal que $\sum_{i=1}^{3} k_i = 1$, $0 < k_i < 1$.

A independência aditiva (KEENEY; RAIFFA, 1976) consiste em outra condição mais restritiva para a estrutura de preferências do decisor e leva à forma da função utilidade aditiva. Assim, tem-se como forma típica para a função utilidade multiatributo a função utilidade aditiva, representada a seguir:

$$u(a) = \sum_{j=1}^{n} k_j u_j(a), \text{ onde } k_j \geq 0 \text{ e } \sum_{j=1}^{n} k_j = 1$$

Nessa expressão, $u_j(a)$ representa o valor da função utilidade unidimensional da alternativa *a* segundo o j-ésimo atributo e k_j representa uma constante de

escala relativa ao j-ésimo atributo. Essa constante de escala é ocasionalmente (e talvez indevidamente) chamada de *peso* (KEENEY; RAIFFA, 1976).

Para o caso de dois atributos x e y, tem-se:

$$u(x, y) = k_1 u(x) + k_2 u(y)$$

A função aditiva só pode ser usada se a condição de preferência, denominada independência aditiva (KEENEY; RAIFFA, 1976), for satisfeita. Essa condição está relacionada à forma aditiva, por meio dos axiomas da Teoria da Utilidade.

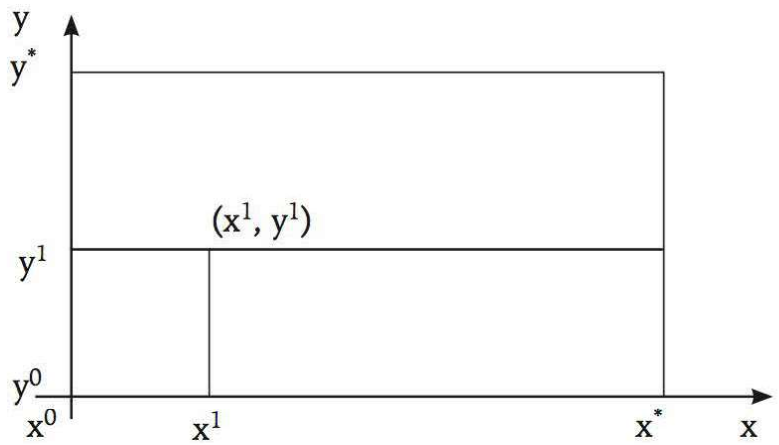
4.6 Estudo das condições de independência preferencial em MAUT

A seguir serão apresentadas as características básicas das duas condições de independência preferencial em teoria da utilidade multiatributo.

A independência em utilidade pode ser compreendida pelo exemplo discutido a seguir, com base no espaço de consequências apresentado na Figura 4.4. O atributo x é independente em utilidade do atributo y, se a função utilidade de x, $u(x, y^0)$, para $y = y^0$, é estrategicamente equivalente a qualquer outra função utilidade de x, para qualquer que seja y. Isso significa que o equivalente certo de uma Loteria $[(x^*, y^0), p; (x^0, y^0), 1 - p]$, para qualquer que seja o valor de p, terá o mesmo valor que o equivalente certo de outra Loteria qualquer $[(x^*, y), p; (x^0, y), 1 - p]$, para qualquer que seja o valor de y.

Na Figura 4.5, suponha que o equivalente certo para a Loteria $[(x^*, y^0), p; (x^0, y^0), 1- p]$ seja o ponto (x^1, y^0).

Figura 4.5 – Representação de independência em utilidade



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

Se o equivalente certo para a Loteria $[(x^*,y^1), p; (x^0,y^1), 1 - p]$, considerando a mesma probabilidade p, for o ponto (x^1,y^1), então, pode-se dizer que o atributo x é independente em utilidade de y.

O processo de avaliação da independência em utilidade do atributo x em relação ao atributo y consiste inicialmente em avaliar as preferências do decisor num segmento de reta, conforme a Figura 4.5, ou seja, entre os pontos (x^0,y^0) e (x^*,y^0). Esse processo corresponderia a avaliar a utilidade condicional u(x) dado o valor de $y = y^0$. Usualmente se faz isso para uma loteria com a probabilidade $p = 0,5$, para facilitar o processo de avaliação pelo decisor, ou seja: $[(x^*,y^0), 0,5; (x^0,y^0), 0,5]$.

Por meio de um processo interativo entre o decisor e o analista de decisão, o equivalente certo da loteria citada é avaliado para diferentes valores de y. Caso seja constatado que o valor do equivalente certo não se altera quando y assume valores diferentes, tem-se confirmada a independência em utilidade de x em relação a y.

Assim, tem-se que todas as funções utilidades condicionais para diferentes valores de y, representadas pelas linhas horizontais, na Figura 4.5, são transformações lineares de cada uma das outras. Assim, aplicando-se a transformação linear, tem-se que:

$$u(x,y) = a(y)\, u(x,y^0) + b(y)$$

onde, $a(y) > 0$ e $b(y) > 0$ são constantes, estabelecidas para cada valor de y. Logo, tem-se que a utilidade u(x,y) depende unicamente do valor de y, mesmo assim, por uma transformação linear. Pode-se concluir que o atributo x é independente em utilidade de y quando as preferências condicionais para loterias em x dado y não dependem do valor de y.

Igualmente, o atributo y é independente em utilidade de x quando as preferências condicionais para loterias em y, dado um determinado valor para x, não dependem do valor de x.

A mútua independência em utilidade entre x e y é a condição para o uso da forma analítica multilinear para a função utilidade multiatributo. Essa condição de mútua independência em utilidade pode não ocorrer, o que não validaria o modelo multilinear.

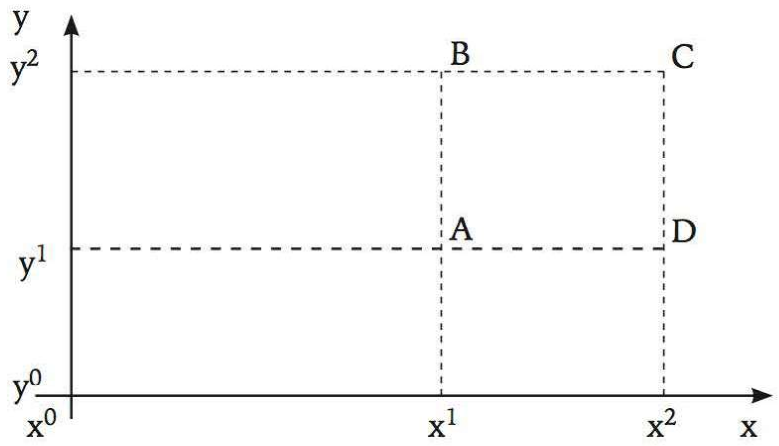
Em algumas situações pode ser observado que nenhum dos atributos é independente em utilidade do outro. Isso pode implicar um modelo analítico mais complexo que incorpore a interdependência preferencial entre os atributos.

É importante chamar atenção para o fato de que esse conceito de independência preferencial se distingue completamente do conceito de independência

estatística entre os atributos x e y. Deve-se destacar que mesmo que haja dependência estatística entre os atributos x e y, em muitos casos encontra-se algum tipo de independência preferencial, tal qual a independência em utilidade, analisada anteriormente.

Outra condição de independência relevante em MAUT é a independência aditiva. Apenas com essa condição é que se pode justificar, pela teoria, o uso do modelo de agregação aditivo.

Figura 4.6 – Loterias para analisar independência aditiva



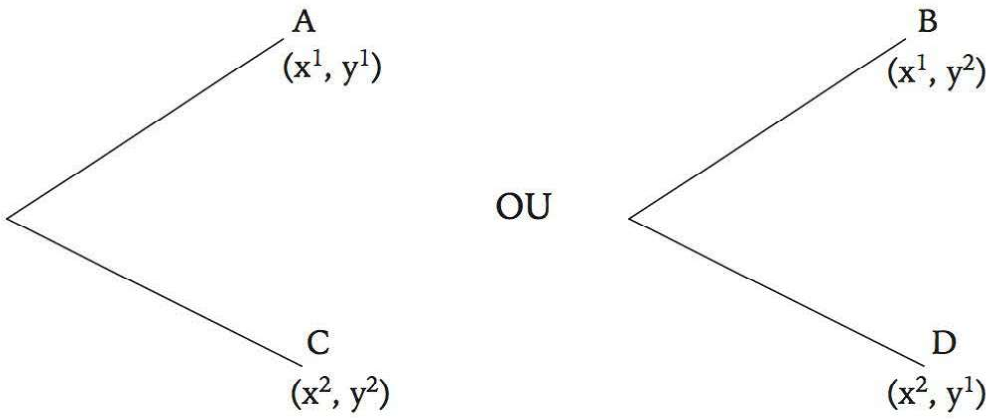
Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

Considerem-se dois pares de consequências A, C e B, D, representados na Figura 4.6, correspondendo respectivamente aos pontos (x^1,y^1), (x^2,y^2), (x^1,y^2), (x^2,y^1).

Agora, considere as duas Loterias ilustradas na Figura 4.7 correspondendo a [A, 0,5; C, 0,5] e [B, 0,5; D, 0,5]. Para efeito de simplificação, representam-se as loterias com probabilidade p = 0,5, indicando apenas as consequências. Assim, têm-se respectivamente: [A, C] e [B, D].

A condição de independência aditiva entre x e y está confirmada apenas na situação em que o decisor seja indiferente entre as loterias [A, C] e [B, D], de tal forma que, substituindo o valor de x^1 por qualquer x e o de y^1 por qualquer y, ainda assim a indiferença se mantenha. Ou seja, se houver indiferença entre as loterias $[(x,y), (x^2,y^2)]$ e $[(x,y^2), (x^2,y)]$, para qualquer que seja o valor de x e de y.

Figura 4.7 – Loterias na independência aditiva



Pode-se mostrar que se a condição de independência aditiva entre x e y for atendida, então existe mútua independência em utilidade entre x e y. O contrário pode não ser verdadeiro. Isto é, se houver mútua independência em utilidade entre x e y, não se pode afirmar que haja independência aditiva. Assim, a mútua independência em utilidade entre x e y não garante que o modelo de agregação aditivo pode ser utilizado.

Considerando-se que as escalas das funções utilidades condicionais u(x) e u(y) e da utilidade multiatributo são estabelecidas em [0,1], tem-se que:

- $u(x^0,y^0) = 0, u(x^*,y^*) = 1$
- $u(x^0) = 0, u(x^*) = 1$, considerando a utilidade condicional de x.
- $u(y^0) = 0, u(y^*) = 1$, considerando a utilidade condicional de y.

Caso haja indiferença entre as loterias $[(x,y), (x^0,y^0)]$ e $[(x,y^0), (x^0,y)]$, então as utilidades das duas Loterias são iguais. Tem-se:

$$0{,}5u(x, y) + 0{,}5u(x^0, y^0) = 0{,}5u(x, y^0) + 0{,}5u(x^0, y)$$

Visto que $u(x^0, y^0) = 0$, tem-se uma das formas analíticas para a função utilidade aditiva.

$$u(x, y) = u(x, y^0) + u(x^0, y)$$

Observa-se que $u(x, y^0)$ e $u(x^0, y)$ podem ser apresentadas em função das constantes de escala, conforme se mostra a seguir:

$$u(x, y^0) = k_1 u(x)$$
$$u(x^0, y) = k_2 u(y)$$

Assim, tem-se a outra forma para o modelo aditivo:

$$u(x, y) = k_1 u(x) + k_2 u(y)$$

4.6.1 Estudo das constantes de escala

A constante de escala k_1 corresponde à utilidade do ponto (x^*, y^0) e k_2 corresponde à utilidade do ponto (x^0, y^*):

$$k_1 = u(x^*, y^0)$$
$$k_2 = u(x^0, y^*)$$

A utilidade $u(x)$ corresponde à utilidade condicional de x para $y = y^0$ e a utilidade $u(y)$ corresponde à utilidade condicional de y para $x = x^0$. Dessa forma, o ponto (x^*, y^0), mostrado na Figura 4.8, tem valor igual a k_1 na escala global de avaliação multiatributo.

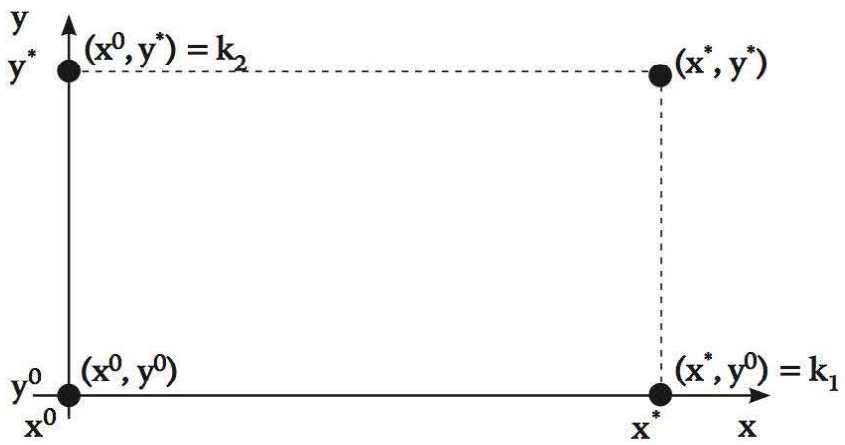
De forma similar, o ponto (x^0, y^*), mostrado na Figura 4.8, tem valor igual a k_2 na escala global de avaliação multiatributo. Isto é, com o valor máximo de $x = x^*$, adiciona-se o valor k_1 à utilidade global $u(x, y)$, visto que $u(x) = 1$, para $x = x^*$, na escala de utilidade condicional.

Pode-se então afirmar que:

$$u(x, y^0) = k_1 u(x)$$
$$u(x^0, y) = k_2 u(y)$$

Observa-se que no modelo aditivo $k_1 + k_2 = 1$. No modelo multilinear as constantes de escala k_1 e k_2 são obtidas da mesma forma acima, sendo que $k_1 + k_2 < 1$. Obtém-se $k_3 = 1 - (k_1 + k_2)$.

Figura 4.8 – Constantes de escala no modelo aditivo



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

Foi vista a seguinte forma para o modelo multilinear:

$$u(x, y) = k_1u(x) + k_2u(y) + k_3u(x)u(y)$$

Outra forma para a função multilinear é apresentada a seguir:

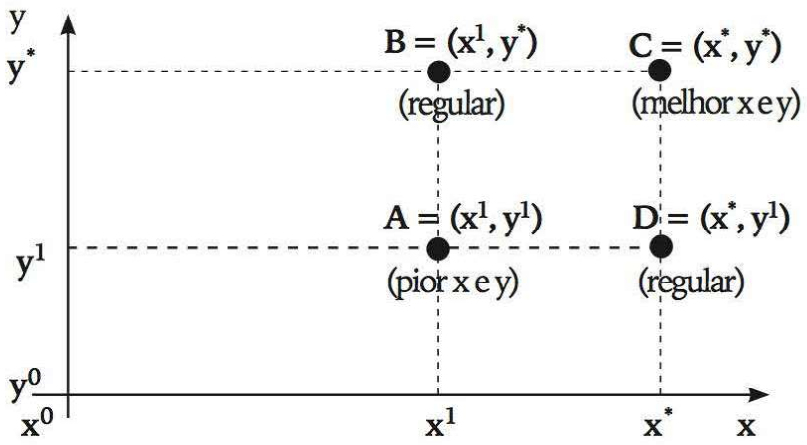
$$u(x, y) = u(x, y^0) + u(x^0, y) + Ku(x, y^0)u(x^0, y)$$

Para analisar o efeito de K na função acima, observa-se que para K = 0, tem-se o modelo aditivo com a condição de independência aditiva, o que leva ao estudo das duas Loterias representadas na Figura 4.9.

Na escolha entre essas duas Loterias, deve-se observar que a Loteria [A,C] apresenta dois extremos: os piores valores de x e y com A ou os melhores valores de x e y com C. Já na outra Loteria tem-se uma combinação entre o pior x com o melhor y (Loteria B) ou, então, uma combinação entre o melhor x com o pior y (Loteria D). No caso em que não há independência aditiva, ou seja, sem a indiferença entre estas duas loterias, têm-se duas situações possíveis:

- Preferência complementar, quando a Loteria [A, C] é preferível.
- Preferência substituta, quando a Loteria [B, D] é preferível.

Figura 4.9 – Loterias para independência aditiva e o parâmetro K



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

A complementaridade na preferência indica que é necessário um aumento em y para complementar um aumento em x. Ou seja, os dois têm que aumentar juntos, ou não será vantajoso. Nesse caso, prefere-se arriscar tendo os piores níveis de x e y (A), tentando obter os melhores níveis de x e y (C). Um exemplo (KEENEY; RAIFFA, 1976) que ilustra essa opção é a do general que está em duas frentes de batalha e precisa ganhar nas duas frentes; perder em uma das frentes é tão ruim quanto perder nas duas frentes. Nesse caso, uma corrente é tão forte quanto seu mais fraco elo.

No caso de preferência substituta, tem-se a situação em que um desempenho melhor em um dos atributos substitui um desempenho ruim no outro atributo. Assim, obter um valor menor de x é compensado por um valor maior de y (B), ou vice-versa (D). Outro exemplo ilustra essa situação (KEENEY; RAIFFA, 1976). Um executivo responsável por duas divisões tem que optar por situações que podem representar um maior ou menor lucro dessas duas divisões. Nesse caso, pode ser que um desempenho ruim de uma divisão compense o da outra de forma a tornar o resultado final satisfatório. Tem-se uma situação em que o desempenho menor de x (em B) é compensado pelo melhor desempenho de y e vice-versa (em D).

No caso de indiferença entre as loterias, significa que não há interação de preferência entre x e y, sendo $K = 0$, o modelo fica reduzido ao modelo aditivo.

Para o caso de complementaridade na preferência, o valor de $K > 0$ e no caso de preferência substituta, tem-se que $K < 0$.

4.6.2 *Significado das constantes de escala*

Essa é uma questão de muita relevância, tendo em vista a ocorrência de um tipo de erro sistemático, que é a determinação dos valores das constantes de escala como se fossem apenas o grau de importância dos critérios ou atributos.

Nesses casos, é costume chamar as constantes de escala de "pesos", denominação não muito boa, pois a ela se associa quase sempre apenas à noção de grau de importância. De fato, as constantes de escala trazem algumas informações, dentre as quais a de grau de importância do atributo, mas apenas em parte.

A constante de escala está associada à taxa de substituição, que traduz a ideia de compensação de ganho em um critério, quando se perde em outro. A taxa de substituição para a alternativa x do critério i com relação ao j é dada por $T_{ij}(x) = k_i/k_j$.

Isso significa que se $u_i(x)$ decresce de Δ_i, então $u_j(x)$ deve crescer de $\Delta_i k_i/k_j$, para que a utilidade global de x, u(x), se mantenha com o mesmo valor. Então, tem-se que:

$$\frac{k_i}{k_j} = \frac{\partial u(b)}{\partial u_i(b)} \Big/ \frac{\partial u(b)}{\partial u_j(b)}$$

Para simplificar considere-se o modelo aditivo para dois atributos x e y:

$$u(x, y) = k_1 u(x) + k_2 u(y)$$

A constante de escala depende não apenas do grau de importância do critério, conforme mencionado. Depende também dos valores de referência estabelecidos x^0, y^0, x^* e y^*. Ou seja, depende da faixa de valores considerados no espaço de consequências.

Um dos papéis da constante de escala nesse modelo aditivo é efetuar a conversão das escalas de funções utilidade condicional u(x) e u(y) para a escala de avaliação global u(x,y). Vale ressaltar que

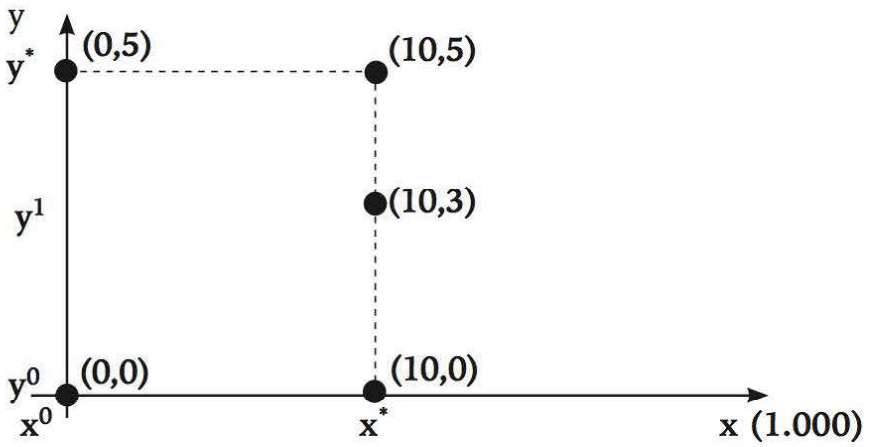
- $k_1 + k_2 = 1$;
- $u(x^0, y^0) = 0$, $u(x^0) = 0$, e $u(y^0) = 0$;
- $u(x^*, y^*) = 1$, $u(x^*) = 1$, e $u(y^*) = 1$.

Considere-se o exemplo da Figura 4.10, onde x corresponde a dinheiro e y refere-se à duração de uma atividade de lazer.

Supondo que x^0 e $y^0 = 0$, $x^* = R\$\ 10.000$ e $y^* = 5$, e considerando a função utilidade, com $k_1 = 2/3$ e $k_2 = 1/3$, tem-se:

$$u(x, y) = 2/3u(x) + 1/3u(y)$$

Figura 4.10 – Constantes de escala no modelo aditivo 1

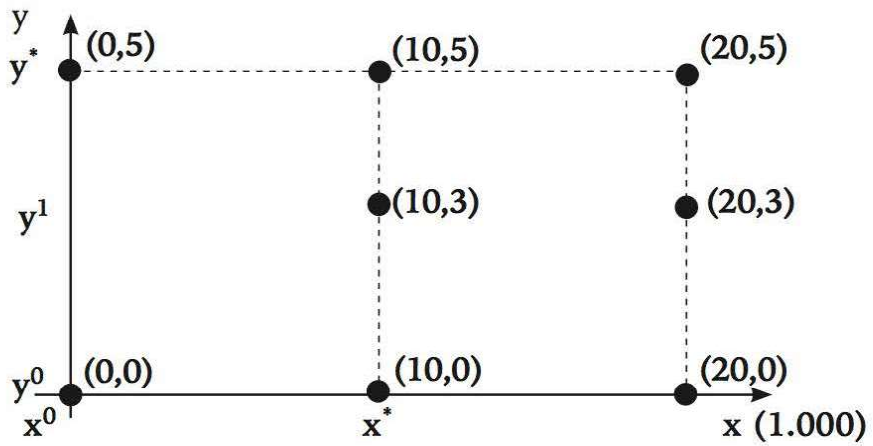


Para o atributo x, $u(10.000) = 1$ e para y, $u(5) = 1$. Então, para $x = 10.000$ e $y = 5$, tem-se a máxima utilidade $u(10.000,5) = 1$. Considerando que para y, $u(3) = 0,5$, então para o atributo $x = 10.000$ e $y = 3$, tem-se que a utilidade $u(10,000,3) = 0,83$.

Agora, suponha-se que houve uma reavaliação sobre a faixa de valores de x, que deveria ir até R$ 20.000. Nesse caso, o espaço de consequências passa a ser representado pelo da Figura 4.11.

Repetindo a análise e considerando que as escalas de utilidade permanecem as mesmas, [0,1], tem-se para o atributo x, $u(20.000) = 1$. Assim, para $x = 20.000$ e $y = 5$, tem-se a máxima utilidade $u(20.000,5) = 1$. Nesse caso, o valor de utilidade para $x = 10.000$ e $y = 5$, $u(10.000,5) < 1$, pois para o atributo x, $u(10.000)$ agora é menor do que 1. Se a função $u(x)$ for linear, tem-se que $u(10.000) = 0,5$.

Figura 4.11 – Constantes de escala no modelo aditivo 2



Destaca-se que no modelo anterior, para $x = x^* = 10.000$, havia a contribuição de 2/3 para o valor de u(x,y), para qualquer valor de y. Se forem mantidas as mesmas constantes de escala na nova situação com $x^* = 20.000$, a contribuição de x = 10.000 será bem menor do que 2/3 para qualquer valor de y. Isso parece incoerente, pois as constantes de escala não estão representando a compensação que deve haver entre x e y, que deve ser a mesma, independentemente do tamanho do espaço de consequências. O valor do ponto (10.000,3) em relação ao ponto (10.000,5) deve ser o mesmo nos dois casos.

O que se observa nessa situação é que o valor das constantes de escala deve ser ajustado, pois ele depende dos valores-limite que estabelecem o espaço de consequências. No caso do modelo com o limite em R$ 20.000, observa-se que a constante de escala k_1 deve ter valor maior do que 2/3.

Voltando ao processo correto de avaliação, tem-se que:

$$k_1 = u(x^*, y^0)$$

Ou seja, no primeiro caso, $k_1 = u(10.000,0)$. No segundo caso, $k_1 = u(20.000,0)$. Tem-se claramente que $u(20.000,0) > u(10.000,0)$. Então, o valor de k_1 deve ser maior para o segundo caso.

Assim, tendo $k_1 = 2/3$ e $k_2 = 1/3$, não se pode afirmar que x é duas vezes mais importante do que y. Nem mesmo se pode afirmar que o atributo x é mais importante do que y.

4.7 Procedimento geral para elicitação da função utilidade multiatributo

Keeney e Raiffa (1976) apresentam um procedimento de elicitação que permite a determinação da função utilidade multiatributo, através de um processo composto de cinco etapas. Essas etapas proporcionam a intensificação de aspectos importantes do problema e permitem uma interação adequada entre o analista e o decisor sobre as variáveis que compõem a estrutura do problema. Cinco etapas compõem a metodologia para elicitação da função utilidade multiatributo: MAUT

- Preparação do decisor para avaliação.
- Identificação de independência.
- Avaliação da função utilidade condicional.
- Avaliação das constantes de escala.
- Verificação de consistência.

A própria estrutura axiomática da teoria permite a implementação de um processo de entrevista entre o analista de decisão e o decisor como forma de permitir o levantamento das preferências do decisor. O procedimento de elicitação usa a estrutura de axiomas para testar condições de preferências e indicar que caminhos e opções podem ser seguidos.

O processo de entrevista deve permitir que o decisor expresse suas preferências de forma mais real possível, de modo que a função utilidade obtida represente uma medida das atitudes do decisor em relação ao risco e situações de incerteza.

O decisor deve estar consciente dos objetivos do processo de entrevista e suficientemente motivado para responder e colaborar com os propósitos do trabalho associado ao problema de decisão.

Descrevemos a seguir essas etapas da metodologia com base na proposta de Keeney e Raiffa (1976), considerando para efeito de ilustração o caso de dois atributos.

4.7.1 Preparação do decisor para avaliação

A preparação do decisor para o processo de avaliação de preferências exige que o analista de decisão introduza alguns conceitos iniciais sobre a teoria da utilidade multiatributo e apresente a estrutura do problema de decisão.

Na medida em que o processo de avaliação avança, é perfeitamente aceitável que o decisor sinta necessidade de reavaliar a sua preferência sobre uma consequência. Podemos dizer que é este um dos objetivos da teoria da utilidade, eliminar as contradições do decisor até que ele sinta que o problema está plenamente estruturado na sua mente. Ao final desse processo, o decisor tem o domínio sobre o espaço de consequências do problema e consegue perceber o quanto cada atributo influencia no processo de decisão.

Suponha que o problema de decisão foi estruturado e que o mesmo envolve dois atributos, relacionados com as consequências do problema. A determinação da função utilidade será efetuada a partir da avaliação dessas consequências nesse espaço, conforme ilustrado na Figura 4.1.

O analista deve se assegurar de que o decisor compreende o espaço de consequências ilustrado na Figura 4.1. Em seguida deve estar claro para o decisor que cada ponto representa uma quantidade de cada atributo. Deve ser perguntado ao decisor o que representa a consequência em alguns pontos no espaço da Figura 4.1.

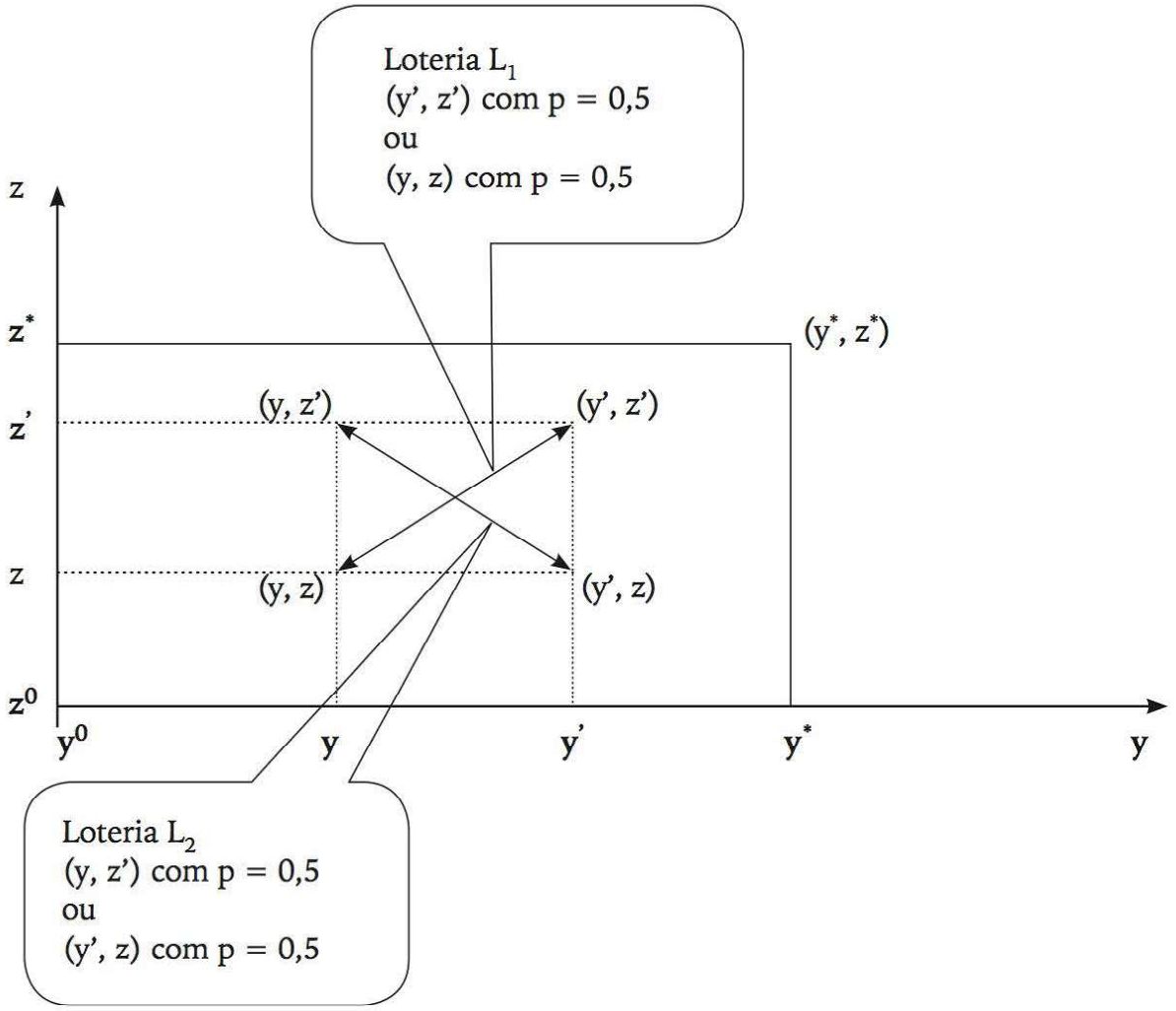
É importante que o decisor possa perceber em que direção os atributos aumentam. A limitação da região em que se vai trabalhar é também uma das etapas importantes do processo. As preferências devem ser avaliadas em uma região a menor possível, ou seja, devem ser previamente conhecidos os valores mínimos e máximos de cada atributo.

4.7.2 Identificação de independência

Essa etapa permite identificar a existência de independência em utilidade entre os atributos Y e Z. Sabemos que a independência aditiva pode facilitar bastante a determinação da função utilidade, além de garantir a independência mútua entre os atributos.

Conforme visto, a independência aditiva entre os atributos pode ser verificada através da existência de duas Loterias igualmente preferíveis, conforme ilustrado na Figura 4.12.

Figura 4.12 – Loterias igualmente preferíveis



Assim, Y e Z serão aditivamente independentes se as Loterias L_1 e L_2 forem indiferentes para qualquer quantidade de (y, z), combinadas com um valor específico de y^1, z^1. Isso significa que em cada uma das loterias existe 50% de chance de se obter y ou y^1, independentemente do valor de z.

Caso não se observe a independência aditiva, existe um procedimento para determinar a independência em utilidade de dois atributos Y, Z, considerando que os mesmos podem variar, respectivamente, no intervalo $y^0 \leq y \leq y^*$ e $z^0 \leq z \leq z^*$. Supondo que estamos interessados em avaliar preferências dos dois atributos nesse intervalo, podemos, através das condições apresentadas anteriormente, determinar se Y é independente em utilidade de Z.

4.7.3 *Avaliação da função utilidade condicional*

A partir dos resultados encontrados na etapa anterior, onde foram obtidos vários equivalentes certos, podemos iniciar o procedimento para determinação da função utilidade condicional u_y em Y e da função u_z relativa a Z. Para tal se aplica o procedimento já explicado anteriormente e exemplificado para dinheiro.

4.7.4 *Avaliação das constantes de escala*

As constantes de escala são determinadas em conformidade com as condições e explanações apresentadas anteriormente.

4.7.5 *Verificação de consistência*

Essa etapa corresponde a uma parte importante para a validação do modelo em MAUT.

A etapa final no processo de elicitação da função utilidade multiatributo consiste em efetuar uma verificação de consistência na função obtida de modo a certificar-se de que essa função expressa realmente as preferências do decisor. Em certos casos podemos obter uma função que, quando submetida a um teste de consistência, apresenta resultados incompatíveis com as preferências do decisor.

Uma forma simples de se comprovar que a função utilidade é uma representação correta das preferências do decisor consiste em submeter ao decisor um processo de escolha entre duas consequências, (y^1, z^1) e (y^2, z^2). Caso a escolha recaia na consequência (y^2, z^2), então a substituição dessa consequência na função utilidade obtida $u(y, z)$ deverá ter como resultado um valor de $u(y^2, z^2)$ maior do que $u(y^1, z^1)$. O analista deve efetuar essa verificação algumas vezes com outras consequências de modo a certificar-se de que a função utilidade obtida seja uma representação correta das preferências do decisor.

Uma verificação de consistência adicional pode ser efetivada com o objetivo de comprovar a aversão ao risco do decisor, caso esse comportamento tenha sido comprovado no processo de avaliação da função utilidade. Assim, admitindo que $u(y, z)$ é crescente em Y, podemos perguntar ao decisor qual consequência (y^1, z^1) é indiferente à Loteria $<(y^2, z^2), (y^3, z^3)>$. Em seguida, podemos calcular a derivada primeira e a derivada segunda da função utilidade obtida, em que deve resultar, respectivamente, em um valor positivo e negativo. Comprova-se que o decisor é avesso ao risco, caso o valor de y^1 declarado seja menor do que $(y^2 + y^3)/2$.

A verificação de consistência permite detectar possíveis erros que possam ter ocorrido no processo de avaliação e que tenham refletido na função utilidade obtida. Nesse caso, essa função não representa realmente as preferências do decisor e parte do processo de avaliação deve ser repetido.

Como procedimento final para se verificar a robustez da função utilidade obtida, é recomendada uma análise de sensibilidade nos parâmetros dessa função.

4.8 MAUT com mais de dois atributos

Os resultados e procedimentos mostrados para o caso de dois atributos são aplicados para o caso em que há um número maior de atributos. Entretanto, observamos que, à medida que o número de atributos aumenta, maior é a complexidade de análise e especialmente de compreensão do processo por parte do decisor.

Alguns procedimentos para agrupar ou tentar reduzir o número de atributos podem ser aplicados, desde que não comprometam a representação dos objetivos relevantes.

Um dos resultados obtidos em MAUT está associado ao caso da condição de mútua independência em utilidade. Se X_1, X_2, ... X_n são mutuamente independentes em utilidade, prova-se, nesse caso, que a seguinte forma funcional para função utilidade multiatributo, correspondente à função multilinear, pode ser aplicada:

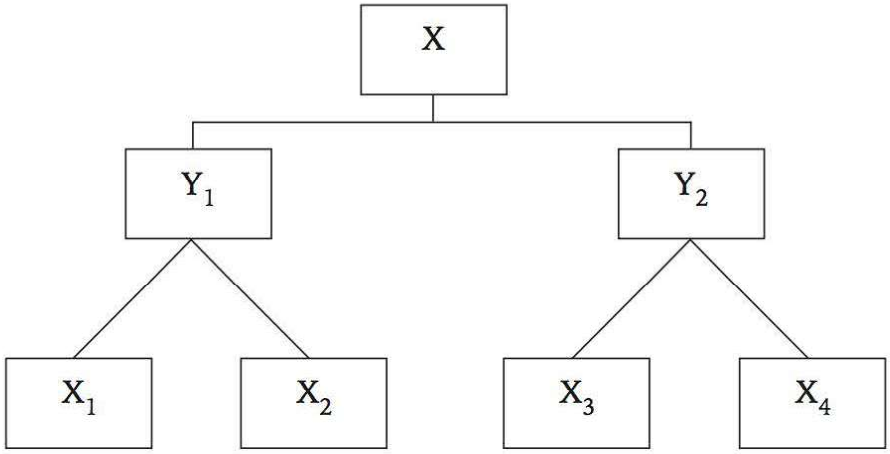
$$u(x) = \sum_{i=1}^{n} k_i u_i(x_i) + k \sum_{\substack{i=1 \\ j>i}}^{n} k_i k_j u_i(x_i) u_j(x_j) + k^2 \sum_{\substack{i=1 \\ j>i \\ l>j}}^{n} k_i k_j k_l u_i(x_i) u_j(x_j) u_l(x_l) + \ldots$$

$$+ k^{n-1} k_1 k_2 \ldots u_1(x_1) u_2(x_2) \ldots u_n(x_n)$$

Alternativamente, estruturas hierárquicas para os atributos podem facilitar o processo de avaliação para um número relativamente grande de atributos. No caso ilustrado na Figura 4.13, podemos obter u(x) em função de $u(y_1)$ e $u(y_2)$, os quais podem ser obtidos por:

$$u(y_1) = f_1[u(x_1), u(x_2)] \text{ e}$$
$$u(y_2) = f_2[u(x_3), u(x_4)]$$

Figura 4.13 – Uma estrutura hierárquica para os atributos.



Fonte: Adaptada de Keeney e Raiffa (1976).

4.9 Modelos de agregação para o caso de dependência preferencial

Em certos casos, não ocorre para o decisor a condição de independência em utilidade entre os atributos. Nesse caso, as propriedades de independência em utilidade apresentadas nos itens anteriores não podem ser aplicadas para determinar a função utilidade u(x,y), considerando a estrutura axiomática da teoria.

O problema pode ser resolvido numa revisão da estruturação dos objetivos e atributos. Keeney (1992) destaca que o modelo aditivo sempre pode ser aplicado quando os objetivos estão representados da forma adequada. Considera que a interdependência entre dois critérios pode significar a ausência de um terceiro critério que combina uma interação entre esses dois critérios. De certa forma, o modelo multilinear apresenta uma situação similar a essa.

Outras formas para tratamento do problema permitem a determinação da função utilidade, explorando ainda as condições de independência. Essas formas envolvem alguns artifícios que permitem a aplicação indireta de algumas propriedades de independência em utilidade, de modo a possibilitar a quantificação das preferências do decisor:

- Avaliar a possibilidade e viabilidade de efetuar o processo de avaliação direta, observando estrutura axiomática da teoria da utilidade.
- Aplicação de técnicas de interpolação apoiada na avaliação direta da função utilidade de várias consequências.

- Revisão dos atributos originais x e y, de forma a obter novos atributos e permitir a aplicação das propriedades de independência em utilidade.
- O espaço de consequências pode ser subdividido em vários outros espaços, de modo a permitir a aplicação das propriedades de independência.

Outra abordagem é a aplicação da função utilidade aditiva como simplificação para a agregação multicritério. Esse procedimento é proposto por Edwards e Barron (1994).

Finalmente, pode-se utilizar um modelo de agregação diferente dos apresentados anteriormente. Ou seja, outra função deve ser avaliada. A seguinte função, por exemplo, pode ser considerada:

$$u(a) = u_1^{\alpha}\, u_2^{\beta}$$

onde: α e β são constantes que estabelecem as compensações entre os critérios.

Um procedimento que pode ser utilizado para obtenção de outra função de agregação diz respeito a uma outra abordagem dentre os métodos MCDA. Trata da abordagem de desagregação de preferências. A maioria desses métodos utiliza como base um modelo de agregação aditiva, não sendo, portanto, aceitável, a não ser como simplificação.

A abordagem de desagregação de preferências consiste em duas etapas:

- Avaliação da utilidade global (valores de utilidade multiatributo) para algumas alternativas.
- Aplicação de procedimento sobre os dados de avaliação obtidos, para construção de uma função de agregação dos critérios, através de métodos de análise de regressão. Nesse caso, a variável dependente no modelo de regressão é $y = u(x, y)$, para o caso de dois critérios. Outro procedimento utilizado também é de programação linear, em que se busca a minimização dos erros de estimação.

Essa abordagem é chamada de desagregação de preferências, pois parte da avaliação global das alternativas (portanto, uma avaliação agregada) e obtém uma função que desagrega pelos critérios.

4.10 MAUT – teoria ou método

No conjunto de métodos MCDA, MAUT é o único "método" que recebe o nome de teoria. De fato, apresenta uma estrutura axiomática e sua aplicação deve ser confrontada com esses axiomas. Assim, com base na teoria, a determinação da função está associada à confirmação da relação que existe entre a estrutura axiomática da teoria e a estrutura de preferências do decisor.

Muitas vezes, essa confirmação não é efetuada, pelo menos em alguns estágios do processo de análise. Pode-se dizer que em alguns métodos de apoio multicritério a decisão, o decisor especifica parâmetros, ou condições que influenciam no processo de decisão, de uma forma *ad hoc*. Ou seja, sem um protocolo bem estruturado e suportado por uma estrutura axiomática associada. Em MAUT, esse processo é muito bem estruturado e é chamado de elicitação, tradução de *elicitation*, podendo ser adotado o termo "*edução*" (SOUZA, 2002; GOMES et al., 2009).

Essa distinção entre método e teoria é muito importante quando se fala de MAUT. Assim, o uso da função utilidade multiatributo no contexto da teoria, o que pode ser chamado de MAUT, implica obter a função analítica (ou valores de utilidade) por meio de um procedimento adequado de elicitação, levando em consideração a estrutura axiomática da teoria. Ou seja, avalia-se se o decisor concorda com as condições estabelecidas pela estrutura axiomática da teoria, em seguida obtém-se o valor de utilidade das consequências através de um processo de entrevista (elicitação) fundamentado nessa teoria.

Outra forma de tratar a questão consiste em usar uma função utilidade multiatributo como método de agregação. Nesses casos, geralmente, não são considerados todos os passos exigidos para se assegurar de que a forma analítica adotada esteja em concordância com a estrutura de preferência do decisor (Gomes et al., 2009). Ou seja, parte dos elementos utilizados para representar a função utilidade não é avaliada com o decisor. Esses elementos não avaliados podem ser: a forma da função, os parâmetros da função, ou ambos.

Esse tipo de procedimento tem se disseminado, em muitos casos, como decorrência de algumas dificuldades em se aplicarem os procedimentos de elicitação ou para se avaliar a aplicabilidade da estrutura axiomática da teoria. O uso generalizado do modelo aditivo como forma analítica para função utilidade para um número elevado de atributos é um caso típico. Neste caso, é difícil avaliar junto ao decisor as condições de independência aditiva.

Por outro lado, quando não há uma situação de incerteza, que envolva o uso de probabilidades, não há muito sentido no uso de MAUT. Nesse caso, tem-se o que se denomina de função valor multiatributo (*Multi-Attribute Value Function*),

que se distingue de MAUT por não utilizar probabilidades, assumindo a hipótese de situação em que há certeza na obtenção das consequências para cada alternativa considerada. Essa diferenciação, quanto à incerteza e sua terminologia, é utilizada por vários autores (KEENEY; RAIFFA, 1976; MUNDA, 2008; POLMEROL; BARBA-ROMERO, 2000).

Há vários métodos que assumem a hipótese de independência preferencial entre os critérios, adotando o modelo aditivo, no qual os critérios podem ser analisados individualmente, sem sofrer interferências dos demais critérios.

4.11 Aplicabilidade de MAUT

A escolha de MAUT para uso em um problema de decisão é apropriada para o caso de um decisor que esteja em conformidade com a racionalidade proposta pela estrutura axiomática da teoria, que de início implica uma lógica de compensação entre os critérios, de modo a se obter uma função de síntese que agregue todos os critérios numa única função analítica.

Para avaliar o uso de MAUT (como teoria), considerando suas dificuldades e riqueza de consistência, é necessário observar as características do conjunto de consequências. Primeiramente, o problema deve envolver consequências probabilísticas. Depois, duas classificações são consideradas. Na primeira, quanto à composição dos elementos: conjunto discreto ou contínuo.

No caso contínuo, obtemos as funções condicionais para cada atributo, conforme procedimentos anteriores. Para o caso discreto, com reduzido número de elementos, podemos aplicar a avaliação direta sobre as consequências relevantes, não dominadas, o que simplificaria bastante o processo e permitiria o uso da teoria com sua consistência preservada.

Na segunda classificação, consideramos o fator probabilístico. Em algumas situações, dada uma combinação de ação e estado da natureza, ou para caso em que só o conjunto de ações é considerado, alguns atributos podem apresentar consequências determinísticas. O caso de consequências probabilísticas traz certa complexidade ao processo. Por outro lado, MAUT apresenta a forma mais segura de obtermos consistência no processo, desde que o decisor entenda as questões apresentadas.

A questão do número de atributos pode causar sérios impactos na viabilidade de aplicação da teoria, muitas vezes devido a dificuldades de entendimento do processo de elicitação pelo decisor. Trata-se, especialmente, da questão da interpretação probabilística das loterias, conceito essencial para o processo de elicitação. Essa questão é mais crítica na avaliação das condições necessárias

para confirmar a independência aditiva, caso mais aplicado. Nesse caso, devemos tomar cuidados adequados.

Algumas vezes, a dificuldade em aplicar MAUT é devida, na realidade, a dificuldades de entendimento do processo por parte do analista, que deve ter o necessário embasamento teórico. Ainda há muitos casos de analistas que tratam MAUT como se fosse uma abordagem para consequências determinísticas.

Devemos ainda destacar que outras abordagens (escolas) permitem a avaliação multicritério sem que seja necessária a agregação dos critérios por meio de uma única função de síntese, e, talvez, para um decisor ou contexto em particular, este seja o caminho mais adequado. Antes de tudo, a seleção do método adequado deve ser avaliada, conforme Capítulo 7.

Problemas envolvendo confiabilidade e manutenção (ALMEIDA; SOUZA, 2001) apresentam situações típicas de incerteza ou com consequências probabilísticas, em relação à confiabilidade e à mantenabilidade. Alguns problemas no contexto de manutenção são modelados com base em MAUT (ALMEIDA; BOHORIS, 1995). Nesses problemas as funções confiabilidade, R(T), e mantenabilidade, M(T), podem se apresentar através de seus modelos probabilísticos, a seguir, onde λ e μ são parâmetros da função exponencial, respectivamente para a confiabilidade, R(t), e mantenabilidade, M(t):

$$R(t) = e(-\lambda t)$$
$$M(t) = 1 - e(-\mu t)$$

Dentre esses problemas há questões relacionadas ao dimensionamento de sobressalentes e contratação de manutenção (ALMEIDA, 2001) além de problemas que envolvem estruturação de manutenção de sistemas com reserva (*standby*) técnica (ALMEIDA; SOUZA, 1993; ALMEIDA; BOHORIS, 1995) que são modelados com MAUT e se baseiam nos modelos probabilísticos acima.

Um contexto em que se explora muito bem a possibilidade de uso de MAUT está relacionado à área de saúde, onde situações típicas de incertezas estão presentes. A escolha de pacientes (ALMEIDA et al., 2002) para tratamento em uma Unidade de Terapia Intensiva corresponde a um típico problema deste contexto.

De qualquer forma, essa escolha do MAUT implica escolher uma lógica de compensação entre os atributos, de modo a se obter uma função de síntese que agregue todos os critérios numa única função analítica. Nem sempre isso pode ser apropriado para um decisor em particular, mesmo num dos problemas acima citados, no contexto de manutenção. Esse tipo de situação foi resolvido (ALMEIDA, 2002) através do uso integrado de teoria da utilidade e método ELECTRE (ALMEIDA, 2002). A função utilidade foi usada para a modelagem

das variáveis probabilísticas, incluindo a mantenabilidade, e a análise multicritério sobre as funções utilidades de cada atributo foi analisada com o método ELECTRE. Nesse caso particular, foi constatado que a utilização de MAUT não seria apropriada.

5

Métodos de sobreclassificação

Os métodos de sobreclassificação, cuja denominação em português ainda não tem uma visão uniforme, podem ser chamados também de métodos de superação, prevalência ou subordinação e síntese. A denominação em inglês, portanto, utilizada na literatura internacional é *outranking*. O próprio termo em inglês não traduz bem a ideia do método, cuja designação inicial vem da língua francesa: *surclassment*. Alguns pesquisadores de língua portuguesa entendem que os termos "*superação*" ou "*prevalência*" traduzem melhor o significado original e a ideia dos métodos nessa linha. Neste texto será adotada a denominação "*sobreclassificação*", por seu uso mais disseminado e sua proximidade com o termo de uso internacional.

Os métodos de sobreclassificação consistem em uma das principais escolas de métodos de decisão multicritério. Os elementos básicos que distinguem essa abordagem são considerados e sua distinção para as anteriores. São apresentadas as famílias de métodos ELECTRE e PROMETHEE, que são os mais usados. Alguns aspectos relativos à aplicação prática destes métodos são abordados.

5.1 Características gerais dos métodos de sobreclassificação

Esses métodos são baseados na comparação par a par entre as alternativas, explorando uma relação de sobreclassificação que tem algumas características

que se distinguem fortemente dos métodos de agregação por meio de critério único de síntese.

Em geral, os métodos de sobreclassificação não realizam uma agregação analítica para estabelecer um *score* para cada alternativa, e, assim, facilitar a completa comparação entre essas alternativas, como no caso dos métodos de agregação através de critério único de síntese.

Esses métodos assumem a possibilidade de incomparabilidade na estrutura de preferência do decisor, usando uma relação de sobreclassificação entre as alternativas, que não é transitiva. Por conseguinte (salvo exceções específicas, que representam artifícios na concepção original do método), esses métodos podem trazer resultados parciais na apresentação das recomendações.

Uma característica importante nesses métodos é que eles apresentam avaliações não compensatórias, enquanto os métodos de agregação por meio de critério único de síntese são compensatórios.

Nesses métodos, a avaliação intercritério pode ser representada pelos pesos dos critérios, que assumem a noção de grau de importância. Visto que não há uma transformação de escalas de avaliações intracritérios para uma escala de avaliação global, em que cada alternativa recebe um *score* global, nos métodos de sobreclassificação não existe o problema de uso dessa noção para os pesos, como ocorre com os métodos de agregação por meio de critério único de síntese.

Pode-se traduzir a noção de importância entre critérios como votos. Considerando G e H dois subconjuntos da família de critérios F, G será mais importante do que H, se duas ações 'a' e 'b' são encontradas, tal que:

- 'a' é melhor do que 'b' para todos os critérios de G;
- 'b' é melhor do que 'a' para todos os critérios de H;
- 'a' e 'b' são indiferentes para todos os outros critérios;
- 'a' é globalmente melhor do que 'b'.

Observa-se que, assumindo-se que "mais importante do que" pode ser representada por n constantes, p_1, p_2, ..., p_n, associadas aos n critérios, tem-se que a comparação entre G e H é equivalente à comparação entre o somatório dos pesos dos critérios nos quais 'a' é melhor do que 'b' e o somatório dos pesos dos critérios nos quais 'b' é melhor do que 'a'.

Outro método de sobreclassificação, o TATIC, é apresentado no Capítulo 6.

5.2 Família de métodos ELECTRE

Esses métodos são aplicados em duas fases:

- Construção da relação de sobreclassificação, onde se estabelece uma comparação par a par entre as alternativas.
- Exploração da relação de sobreclassificação, onde se aplica um procedimento ou algoritmo para resolver o problema em função da problemática específica abordada.

A família ELECTRE (*Elimination et Choix Traduisant la Réalité*) inclui vários métodos, cada um aplicável a uma situação diferente, conforme segue:

- Método ELECTRE I – problemática de escolha, com uso de critério verdadeiro.
- Método ELECTRE IS – problemática de escolha, com uso de pseudocritério.
- Método ELECTRE II – problemática de ordenação, com uso de critério verdadeiro.
- Método ELECTRE III – problemática de ordenação, com uso de pseudocritério.
- Método ELECTRE IV – problemática de ordenação, com uso de pseudocritério, sem uso de pesos para os critérios.
- Método ELECTRE TRI – problemática de classificação, com uso de pseudocritério.

Os métodos que usam pseudocritério podem ser aplicados à situação de critério verdadeiro, mediante uma parametrização adequada.

5.2.1 Conceitos básicos

Seja A um conjunto de ações e $g_i(a)$ a avaliação de qualquer uma dessas ações segundo um critério i (i = 1, 2, 3, ..., n). Aplicando a relação de sobreclassificação aos elementos do conjunto A, pode-se definir que uma alternativa 'a' sobreclassifica uma alternativa 'b', ou aSb, se a alternativa 'a' é pelo menos tão boa quanto a alternativa 'b'. Essa relação de sobreclassificação, que não é necessariamente transitiva, aparece como uma possível generalização do conceito de dominância.

Dois conceitos básicos são utilizados para a construção da relação de sobreclassificação:

- Concordância: o fato de que um subconjunto significativo dos critérios considera que a alternativa 'a' é (fracamente) preferível à alternativa 'b'.
- Discordância: o fato de que não existem critérios em que a intensidade da preferência de 'b' em relação à alternativa 'a' ultrapasse um limite inaceitável.

Para avaliação da concordância, deve-se considerar a possibilidade de ocorrência de interações entre critérios. Três tipos de interação têm sido considerados: mútua forte, mútua fraca e antagônica. Para tal situação, um novo índice de concordância incorpora esses tipos de interação (FIGUEIRA et al., 2009).

A discordância exerce um papel de veto em relação à concordância. No entanto, o veto pode ser tratado também como sendo outro parâmetro importante, que pode ser definido para cada critério e fixa um valor para a diferença $g_j(b) - g_j(a)$, que é a diferença em relação ao critério j e discordante da afirmativa aSb, a partir da qual não será aceita a proposição aSb. Nem todos os métodos utilizam o veto em seus procedimentos. Entretanto, deve-se observar que o indicador de discordância tem uma característica de vetar a sobreclassificação aprovada pelo indicador de concordância.

5.3 Método ELECTRE I

Esse método foi estabelecido para a problemática de escolha, para a qual a otimização (escolha da melhor alternativa) é um caso particular. Nessa problemática, a ideia básica é reduzir o tamanho do conjunto de alternativas A, para um subconjunto de A, com o menor número possível de alternativas.

Na primeira fase desse método se estabelece a construção das relações de sobreclassificação, tendo como resultado uma matriz com a comparação par a par entre as alternativas.

Na segunda fase, tem-se a exploração das relações de sobreclassificação. Aplica-se um procedimento para selecionar o *kernel* ou subconjunto que representa a solução para o problema nessa problemática de escolha. O *kernel* consiste no subconjunto de alternativas de A que não é sobreclassificado por nenhuma alternativa do *kernel*.

A primeira fase, com a construção da relação de sobreclassificação, leva às considerações que nos conduzem a aceitar a relação aSb, que podem ser explicitadas através de dois índices:

- C(a,b): Índice de Concordância com a afirmativa aSb.
- D(a,b): Índice de Discordância com a afirmativa aSb.

Podemos notar que os índices acima estabelecem limites para a validação ou não da hipótese aSb.

O índice de concordância é dado por:

$$C(a, b) = \sum_{i:g_i(a) \geq g_i(b)} p_i \text{ , sendo } \sum_i p_i = 1$$

Esse índice corresponde à soma dos pesos de todos os critérios i para os quais a alternativa 'a' tenha vantagem sobre 'b', ou seja, g_i (a) ≥ g_i (b). Isto significa que aSb, se 'a' tiver a maioria dos pesos dos critérios a seu favor. Esse índice será um valor entre 0 e 1.

O valor da discordância da proposição aSb, D(a,b), também será um valor entre 0 e 1. Há formas diferentes de se determinar esse indicador. A seguir é apresentada uma das formas:

$$D(a, b) = max\left[\frac{g_i(b) - g_i(a)}{Escala_i}\right], \forall i | g_i(b) > g_i(a)$$

onde $Escala_i = max[g_i(c) - g_i(d)], \forall i, c, d$

D(a,b) é a máxima diferença entre os valores de g(b) e g(a) para todos os critérios em que g(b) > g(a), dividida pelo intervalo da escala do critério considerado (que será igual a 1, quando se usa a escala de 0 a 1). Esse índice considera a desvantagem da alternativa 'a' em relação à alternativa 'b', para os critérios em favor de b, que são minoria. Se esse valor estiver acima de certo limiar haverá discordância de que aSb. Isso significa um possível veto à concordância de que aSb, já dada por C(a,b). A motivação para essa condição vem da visão de dar voz às minorias (critérios em favor de 'b'), caso a vantagem de 'b' seja acima de certo valor admissível para qualquer desses critérios.

Outra forma de se obter o índice de discordância é:

$$D(a, b) = Max\left[\frac{p_i[g_i(b) - g_i(a)]}{p_i Escala_i}\right]$$

Esses dois índices, nessa forma, não podem ser aplicados para o caso em que as avaliações das alternativas sejam qualitativas (ou com escala ordinal). Nessa situação, utiliza-se um conjunto de discordância D_i para cada critério i. Esse conjunto corresponde a pares ordenados (x_i, y_i), tais que, quando g_i (a) $= x_i$ e g_i (b) $= y_i$, então recusa-se a relação aSb. Como exemplo suponha a escala verbal: MB = muito bom, B = bom, R = regular, F = fraco, D = deficiente. Se um dos elementos de D_i para o critério i for (MB, R), aSb não será aceita, caso g_i (a) = R e g_i (b) = MB.

Deve-se agora definir um limiar de concordância c e um limiar de discordância d, o que permitirá estabelecer a relação de sobreclassificação da seguinte forma:

$$aSb \text{ se e somente se } \begin{cases} C(a, b) \geq c \\ D(a, b) \leq d \end{cases}$$

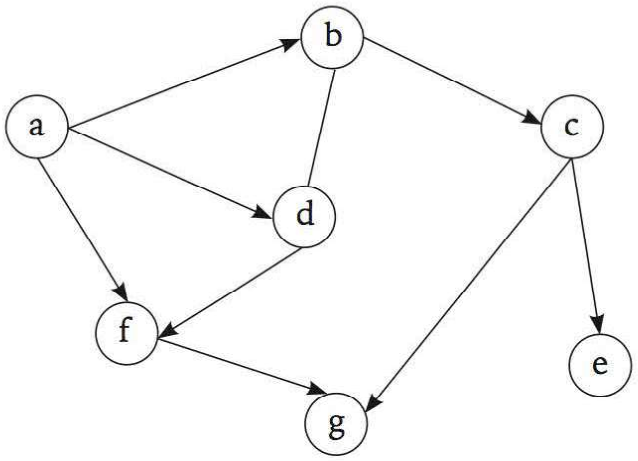
No caso em que ocorrer aSb e bSa, tem-se um circuito e neste caso há um empate, considerando-se como indiferença.

Na segunda fase, com a exploração da relação de sobreclassificação, tem-se o procedimento para selecionar o *kernel*.

Uma das formas de analisar esse problema é através do uso de grafos, conforme exemplificado na Figura 5.1. Três situações são indicadas no grafo, conforme segue:

- A seta representa a sobreclassificação de uma alternativa por outra. Por exemplo, aSb.
- Uma ligação entre alternativas sem uma direção (seta) indica indiferença entre as alternativas. Por exemplo, há indiferença entre as alternativas b e d.
- Nenhuma ligação entre duas alternativas indica incomparabilidade. Por exemplo, há incomparabilidade entre as alternativas 'a' e 'c'.

Figura 5.1 – Relações de sobreclassificação



Neste exemplo, a relação de sobreclassificação entre as alternativas é a seguinte:

- aSb; aSd; aSf
- bSc
- cSe; cSg
- dSf
- fSg

Numa análise do grafo pode-se observar que o *kernel* consiste no subconjunto das alternativas 'a' e 'c', pois estas não sobreclassificam uma à outra.

Pode ser utilizado o seguinte procedimento, dividido em duas etapas:

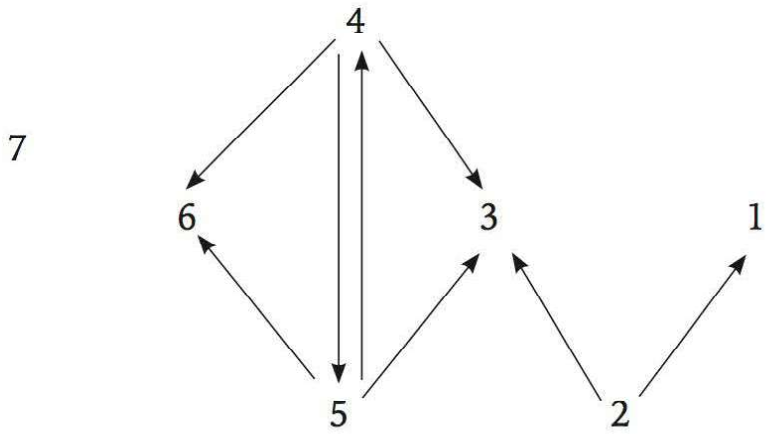
- Selecionam-se para o *kernel* todas as alternativas que não são sobreclassificadas por nenhuma outra do conjunto A; neste caso, tem-se a alternativa: 'a'.
- Do subconjunto restante (das alternativas que são sobreclassificadas), selecionam-se as alternativas que não são sobreclassificadas pelas alternativas que já estão no *kernel*, conforme a etapa anterior, nem serão sobreclassificadas também pelas que passarão a integrar o *kernel*, nesta etapa; nesse caso, tem-se a alternativa: 'c'.

Concluindo, no exemplo, o *kernel* é constituído das alternativas 'a' e 'c'. Observa-se que não se aplica nesse caso a propriedade de transitividade. Pois, embora aSb e bSc, não se aplica a relação aSc.

Nesse método podem ocorrer circuitos. Se não ocorrer circuito, haverá apenas um *kernel*, como no exemplo citado. Caso contrário, poderá haver mais de um *kernel*.

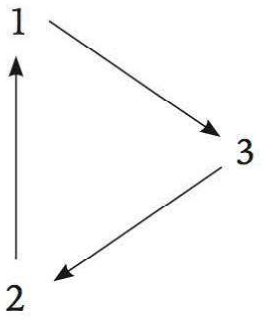
No exemplo da Figura 5.2 (observa-se que o grafo utiliza outra representação, sem usar um círculo para representar cada alternativa), há circuito entre as alternativas 4 e 5, provocando dois conjuntos *kernel*, que são {2,4,7} e {2,5,7}. As alternativas 4 e 5 são consideradas empatadas (*tied*), ou seja indiferentes, pois, aSb e bSa. A alternativa 7 não é comparável a nenhuma outra alternativa.

Figura 5.2 – Exemplo com circuitos

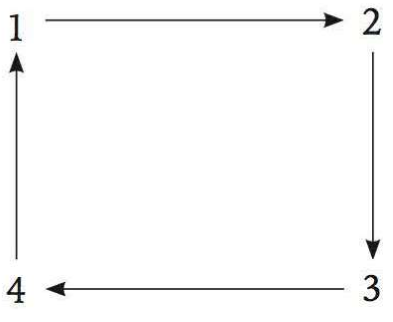


A Figura 5.3 mostra dois exemplos específicos de circuitos. No circuito ímpar, com alternativas 1, 2 e 3, têm-se 2S1, 1S3, 3S2. Neste caso, não há *kernel*. No circuito par, com 4 alternativas, têm-se 1S2, 2S3, 3S4 e 4S1. Neste caso, há dois conjuntos *kernel*: (1,3) e (2,4).

Figura 5.3 – Circuitos ímpar e par



a) Circuito ímpar



b) Circuito par

Um dos procedimentos utilizados para resolver problemas onde há vários circuitos é a redução dos circuitos, que consiste em considerar como sendo um dos vértices do grafo todos os vértices pertencentes a um circuito. Assim, essas alternativas são tratadas como sendo indiferentes. O grafo final resultante será um grafo reduzido.

5.4 Método ELECTRE II

Esse método foi estabelecido para a problemática de ordenação (*ranking*) das alternativas. Nesse método são construídas duas relações de sobreclassificação:

- Relação de sobreclassificação forte: S^F.
- Relação de sobreclassificação fraca: S^f.

São estabelecidos dois limiares de concordância c^+ e c^- e dois limiares de discordância d^+ e d^-. Sendo $c^+ > c^-$ e $d^+ < d^-$.

A relação de sobreclassificação forte é definida da seguinte forma, destacando que há variações na literatura:

$$aS^Fb \text{ se e somente se } \begin{cases} C(a,b) \geq c^+ \\ \sum_{i:g_i(a)>g_i(b)} p_i > \sum_{i:g_i(a)<g_i(b)} p_i \\ D(a,b) \leq d^+ \end{cases}$$

A relação de sobreclassificação fraca é definida da seguinte forma:

$$aS^fb \text{ se e somente se } \begin{cases} C(a,b) \geq c^- \\ \sum_{i:g_i(a)>g_i(b)} p_i > \sum_{i:g_i(a)<g_i(b)} p_i \\ D(a,b) \leq d^- \end{cases}$$

A segunda condição à relação de sobreclassificação, relativa à soma dos pesos, equivale a ter C(a,b) > C(b,a). Essa condição reduz a possibilidade de duas alternativas sobreclassificarem uma a outra simultaneamente, como ocorre no ELECTRE I.

Na segunda etapa de exploração da relação de sobreclassificação, aplica-se um procedimento para efetuar dois *rankings* das alternativas, usando as duas relações de sobreclassificação.

O primeiro *ranking* começa com as melhores alternativas, seguindo uma ordem decrescente, e o segundo *ranking* começa com as piores, seguindo uma ordem crescente. Ambos os *rankings* aplicam S^F e S^f.

Para a elaboração dos dois *rankings*, há vários procedimentos. A seguir é apresentado um desses procedimentos:

1. Determinar o subconjunto de alternativas A^F de A, que não é fortemente sobreclassificado (S^F) por nenhuma alternativa de A.
2. Determinar o subconjunto de alternativas A^f de A^F, que não é fracamente sobreclassificado (S^f) por outra alternativa dentro de A^F. Esse subconjunto forma a primeira classe do *ranking* decrescente.
3. Retirar as alternativas em A^f do conjunto A. Depois repetir o procedimento a partir de 1 até que todas as alternativas tenham sido ordenadas. Essa ordenação corresponde à ordem decrescente.
4. Reiniciar o processo, com o conjunto A completo.
5. Determinar o subconjunto de alternativas R^F de A, que não sobreclassifica fortemente (S^F) nenhuma outra alternativa de A.
6. Determinar o subconjunto de alternativas R^f de R^F, que não sobreclassifica fracamente (S^f) nenhuma outra alternativa dentro de R^F. Esse subconjunto forma a primeira classe do *ranking* crescente.
7. Retirar as alternativas em R^f do conjunto A. Depois repetir o procedimento a partir de 5 até que todas as alternativas tenham sido ordenadas. Essa ordenação corresponde à ordem crescente.

Com esse procedimento têm-se duas pré-ordens (não são ordens, pois pode haver indiferenças entre algumas ações) completas (sem incomparabilidade). Essas duas pré-ordens nem sempre são as mesmas. Alternativas problemáticas (com grande divergência, geralmente devido a incomparabilidades) podem surgir, requerendo uma análise mais detalhada.

Há vários procedimentos propostos para combinar as duas pré-ordens. Se houver uma proximidade entre elas, pode-se propor ao decisor uma pré-ordem que é uma combinação destas. Se houver muita divergência entre as pré-ordens, um estudo mais amplo será necessário.

Um procedimento utilizado para combinação das duas pré-ordens forma uma ordem parcial (permitindo incomparabilidades) e consiste na interseção das duas pré-ordens.

Alguns procedimentos combinam as pré-ordens de modo a obter uma ordem completa. No entanto, informação relevante contida na ordem parcial pode ser perdida.

5.5 Método ELECTRE III

Enquanto os métodos anteriores lidam com situações envolvendo critério verdadeiro, esse método considera pseudocritério, usando limiares de indiferença e preferência.

Um aspecto relevante a ser destacado é que esse método usa uma relação de sobreclassificação valorada. Isto é, são atribuídos valores às alternativas.

Na primeira fase, são utilizados os índices de concordância e discordância para a construção da relação de sobreclassificação que é baseada no Grau de Sobreclassificação S(a,b). Este índice S(a,b) indica quanto é a credibilidade de sobreclassificação de 'a' sobre 'b', com valores entre 0 e 1; consiste numa função que é crescente com g_i (a) e decrescente com g_i (b), para qualquer critério i.

O índice de concordância é dado por:

$$C(a, b) = \sum_{i=1}^{n} p_i c_i(a, b)$$

Onde:

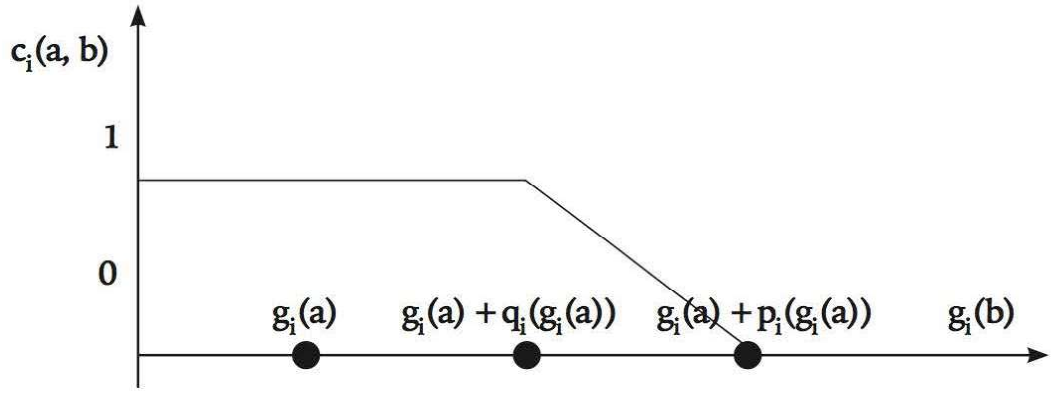
$$\sum_i p_i = 1$$

$$c_i(a, b) = \begin{cases} 1 \text{ se } g_i(a) + q_i(g_i(a)) \geq g_i(b) \\ 0 \text{ se } g_i(a) + p_i(g_i(a)) \leq g_i(b) \\ \text{linear entre os dois} \end{cases}$$

q_i e p_i são os limiares de indiferença e preferência, respectivamente.

A definição do índice c_i(a,b) pode ser mais bem entendida na Figura 5.4. O valor de c_i(a,b) dependerá dos valores dos limiares. c_i(a,b) = 1, quando o valor de g_i(b) está abaixo do valor de g_i(a) mais o valor do limiar de indiferença. c_i(a,b) = 0, quando o valor de g_i(b) está acima do valor de g_i(a) mais o valor do limiar de preferência. Em situações intermediárias a essas duas, c_i(a,b) terá valores entre 0 e 1.

Figura 5.4 – Ilustração para o índice de concordância



Nesse método, pode-se trabalhar com critério verdadeiro, utilizando-se para o índice de concordância a forma adotada nos métodos ELECTRE I e II.

Pode-se também trabalhar com uma situação quase critério para o critério i. Isto é, quando os limiares têm o mesmo valor: $q_i(g_i(a)) = p_i(g_i(a))$. Nesse caso, o índice de concordância se torna:

$$C(a, b) = \sum_{i:g_i(a)+q_i(g_i(a)) \geq g_i(b)} p_i, \text{ sendo } \sum_i p_i = 1$$

Nesse método, o uso do índice de discordância inclui de forma explícita outro índice que é o veto $v_i(g_i(a))$, para o qual se rejeita qualquer credibilidade de que aSb se:

$$g_i(b) \geq g_i(a) + v_i(g_i(a)).$$

Assim, o índice de discordância é definido por:

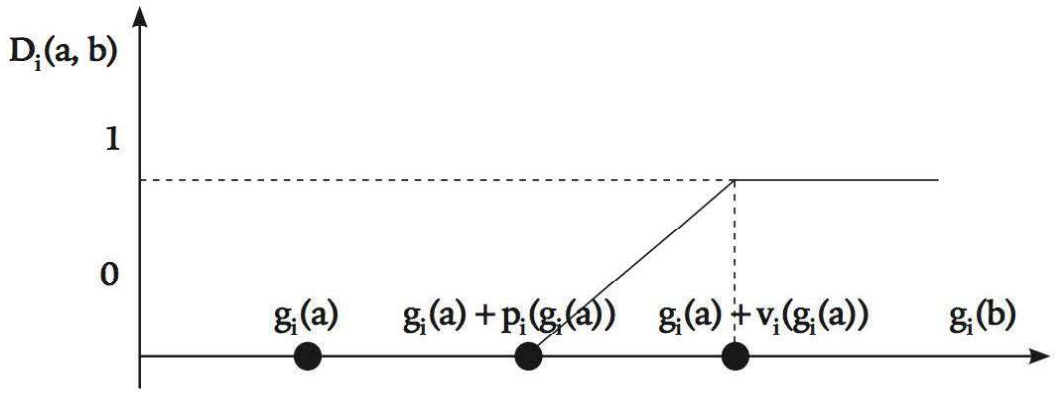
$$D_i(a, b) = \begin{cases} 0 \text{ se } g_i(b) \leq g_i(a) + p_i(g_i(a)) \\ 1 \text{ se } g_i(b) \geq g_i(a) + v_i(g_i(a)) \\ \quad \text{linear entre os dois} \end{cases}$$

A definição do índice $D_i(a,b)$ pode ser mais bem entendida na Figura 5.5. O valor de $D_i(a,b)$ dependerá dos valores dos limiares de preferência e do veto. $D_i(a,b) = 1$, quando o valor de $g_i(b)$ está acima do valor de $g_i(a)$ mais o valor do veto. $D_i(a,b) = 0$, quando o valor de $g_i(b)$ está abaixo do valor de $g_i(a)$ mais o

valor do limiar de preferência. Em situações intermediárias a essas duas, $D_i(a,b)$ terá valores entre 0 e 1.

Observa-se que foram considerados limiares variáveis em função do valor de $g_i(a)$. No entanto, pode-se também trabalhar com limiares constantes. Nesse caso, ter-se-iam simplesmente: $q_i = q_i(g_i(a))$ e $p_i = p_i(g_i(a))$.

Figura 5.5 – Ilustração para o índice de discordância



Com base nos índice de concordância e de discordância, tem-se a definição do grau de sobreclassificação S(a,b):

$$S(a,b) = \begin{cases} C(a,b) \text{ se } D_i(a,b) \leq C(a,b), \forall_i \\ C(a,b) \prod_{i:D_i(a,b)>C(a,b)} \frac{1-D_i(a,b)}{1-C(a,b)} \end{cases}$$

Tem-se então que o grau de sobreclassificação é igual ao índice de concordância, quando não há discordância para nenhum critério. Caso contrário, o índice de concordância é reduzido em função dos graus das discordâncias.

Na segunda etapa, de exploração da relação de sobreclassificação, são obtidas duas pré-ordens completas.

Para obtenção da primeira pré-ordem, aplica-se um procedimento chamado destilação descendente, que consiste no seguinte algoritmo:

1. A partir do conjunto A, seleciona-se a melhor alternativa a_j, que é chamada de primeira destilação D1.

2. A alternativa em D1 é retirada do conjunto A, que passa a ser chamado de A'.
3. Repetem-se os procedimentos 1 e 2 sobre o conjunto A' remanescente, obtendo-se a segunda destilação D2 e assim sucessivamente até se chegar à alternativa com pior desempenho.

Observa-se que se D_1 contém mais de uma alternativa, então os passos 1 e 2 são aplicados ao conjunto D_1, e assim sucessivamente, até que cada D_i tenha apenas uma alternativa.

A segunda pré-ordem é obtida através de procedimento de destilação ascendente, na qual as alternativas com menor desempenho são selecionadas.

Para a avaliação das alternativas são utilizados alguns índices para a determinação do desempenho dessas alternativas.

Utiliza-se o valor $\lambda = \max S(a,b)$ como referência para se considerar a sobreclassificação. Isso é aplicado utilizando os valores próximos de λ. Para tal, utilizam-se os valores de S(a,b) maiores do que $\lambda - s(\lambda)$, onde $s(\lambda)$ é um limiar determinado de forma a permitir a seleção de valores próximos de λ. Na literatura há a recomendação para usar $s(\lambda) = 0{,}3 - 0{,}15\ \lambda$. Diz-se então que "a é λ preferível a b", se S(a,b) é aceita.

A partir do limite para o qual se aceita a relação S(a,b), tem-se a determinação de um índice de qualificação Q(a). Q(a) é igual ao número de alternativas em relação às quais 'a' é preferível menos o número de alternativas que são preferíveis à alternativa 'a'.

A informação obtida dessas duas pré-ordens é similar à obtida do método ELECTRE II.

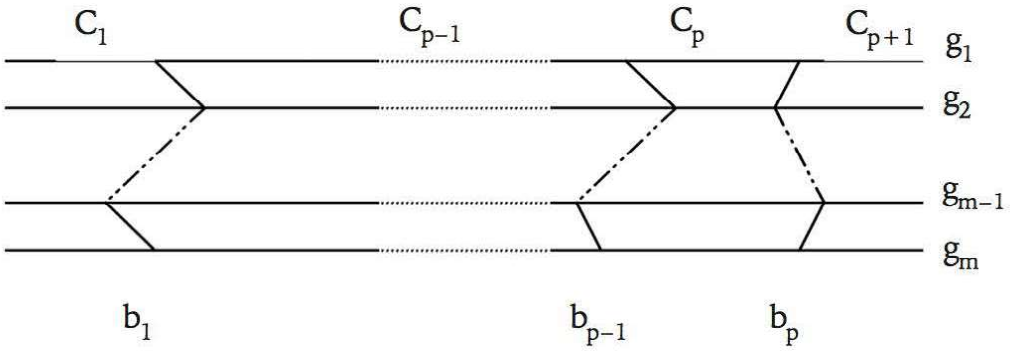
5.6 Método ELECTRE TRI

O ELECTRE TRI é um método para a problemática de classificação. Em outras palavras, o método faz a alocação de alternativas em categorias predefinidas. A alocação de uma alternativa 'a' resulta da comparação desta alternativa com alternativas de referência, denominadas de perfis, os quais são definidos como limites para as categorias (MOUSSEAU; SLOWINSKI, 1998; YU, 1992; MIRANDA; ALMEIDA, 2003).

São considerados as avaliações das alternativas para cada critério $\{g_1,..., g_i, ..., g_m\}$ e um conjunto de índices de perfis $\{b_1, ..., b_h,..., b_p\}$. Definem-se $(p + 1)$ categorias, em que b_h representa o limite superior da categoria C_h e o limite inferior da categoria C_{h+1}, $h = 1, 2, ..., p$.

As preferências por cada critério são definidas mediante um pseudocritério, no qual os limiares de preferência e indiferença $p_j[g(b_h)]$ e $q_j[g(b_h)]$ constituem as informações intracritério. Assim, $q_j[g(b_h)]$ especifica a maior diferença $g_j(a) - g_j(b_h)$, que preserva a indiferença entre 'a' e b_h no critério g_j, e $p_j[g(b_h)]$ representa a menor diferença $g_j(a) - g_j(b_h)$, compatível com uma preferência de 'a' sobre b_h no critério g_j. A Figura 5.6 ilustra os perfis e seu posicionamento para os diversos critérios.

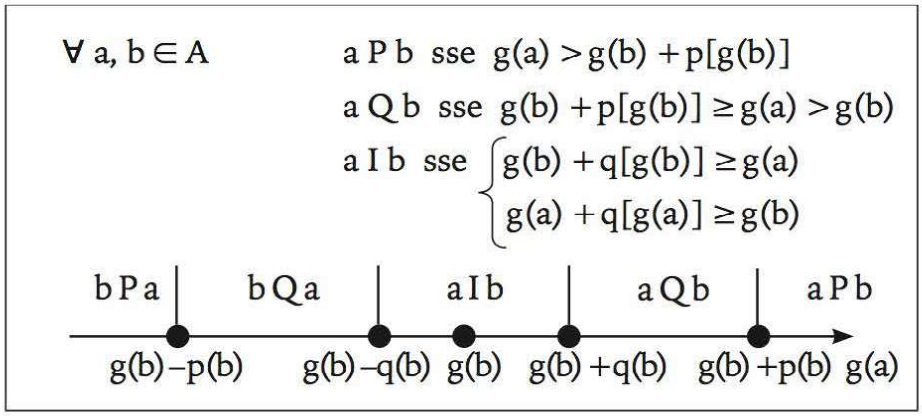
Figura 5.6 – Perfis



Fonte: Adaptada de Mousseau e Slowinski (1998).

A estrutura de preferência com pseudocritérios (modelo com duplo limiar $p_j[g(b_h)]$ e $q_j[g(b_h)]$) evita uma passagem repentina entre a indiferença e a preferência estrita, existindo uma zona de hesitação, representada pela preferência fraca, conforme Figura 5.7. Para simplificação, nessa figura o índice h foi retirado (sse significa se e somente se).

Figura 5.7 – Estrutura de preferência com pseudocritérios.



Então, as relações de sobreclassificação S são construídas a partir de comparação das alternativas com os perfis; isto é, aSb_h (ou b_hSa). Duas condições devem ser verificadas para validar a afirmação aSb_h:

- Concordância: para uma sobreclassificação aSb_h ser aceita, a maioria dos critérios deve estar a favor da afirmação aSb_h.
- Não discordância: quando a condição de concordância for atendida, nenhum dos critérios deve opor-se fortemente à afirmação aSb_h.

No método ELECTRE TRI, para a construção de S é utilizado um conjunto de limiares veto $(v_1(b_h), v_2(b_h), ..., v_m(b_h))$, usado no teste de discordância. $v_j(b_h)$ representa a menor diferença $g_j(b_h) - g_j(a)$, incompatível com a afirmação aSb_h .

Os índices de concordância parcial $c_j(a,b)$, concordância $c(a,b)$ e discordância parcial $d_j(a,b)$ são obtidos, conforme segue:

$$c_j(a,b) = \begin{cases} 0, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \geq p_j(b_h) \\ 1, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \leq q_j(b_h) \\ \dfrac{p_j(b_h) + g_j(a) - g_j(b_h)}{p_j(b_h) - q_j(b_h)}, \textit{ de outra forma} \end{cases}$$

$$c(a,b) = \frac{\sum_{j \in F} k_j c_j(a,b_h)}{\sum_{j \in F} k_j}$$

$$d_j(a,b) = \begin{cases} 0, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \leq p_j(b_h) \\ 1, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) > v_j(b_h) \\ \dfrac{g_j(b_h) - g_j(a) - p_j(b_h)}{v_j(b_h) - p_j(b_h)}, \textit{ de outra forma} \end{cases}$$

No processo é utilizado o grau de credibilidade $\sigma(a,b_h) \in [0,1]$, ($\sigma(b_h,a)$, resp.) sobre a afirmação de que aSb_h, $\forall a \in A$, $\forall b_h \in B$, a partir da equação seguinte:

$$\sigma(a,b_h) = c(a,b_h) \cdot \prod_{j \in F} \frac{1 - d_j(a,b_h)}{1 - c(a,b_h)}$$

onde $= \overline{F}\{j \in F: d_j(a,b_h) > c(a,b_h)\}$

A afirmação aSb_h é considerada válida se $\sigma(a,b_h) \geq \lambda$. λ inicia um nível de corte tal que $\lambda \in [0.5,1]$ (MOUSSEAU et al., 2001).

Os valores de $\sigma(a,b_h)$, $\sigma(b_h,a)$ e λ determinam as situações de preferências entre 'a' e b_h:

- $\sigma(a,b_h) \geq \lambda$ e $\sigma(b_h,a) \geq \lambda$ ® aSb_h e b_hSa ® 'a' é indiferente a 'b_h'.
- $\sigma(a,b_h) \geq \lambda$ e $\sigma(b_h,a) < \lambda$ ® aSb_h e não b_hSa ® 'a' é preferível a 'b_h'.
- $\sigma(a,b_h) < \lambda$ e $\sigma(b_h,a) \geq \lambda$ ® não aSb_h e b_hSa ® 'b_h' é preferível a 'a'.
- $\sigma(a,b_h) < \lambda$ e $\sigma(b_h,a) < \lambda$ ® não aSb_h e não b_hSa ® 'a' é incomparável a 'b_h'.

Dois procedimentos de atribuição das classes podem ser utilizados: procedimento pessimista e procedimento otimista (MOUSSEAU et al., 2001).

5.7 Família de métodos PROMETHEE

Os métodos da família PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation*) também baseiam-se em duas fases: construção de uma relação de sobreclassificação, agregando informações entre as alternativas e os critérios, e exploração dessa relação para apoio a decisão (BRANS; MARESCHAL, 2002).

Estes métodos produzem uma relação de sobreclassificação valorada, com base em conceitos que podem ser interpretados, de forma física ou econômica, pelo decisor.

5.7.1 Estrutura de avaliação dos métodos PROMETHEE

O decisor deve estabelecer para cada critério um peso p_i que reflete a importância do critério. A partir desses pesos é obtido $\pi(a,b)$, o grau de sobreclassificação de a sobre b, para cada par de alternativas (a,b), que é obtido conforme segue:

$$\pi(a, b) = \sum_{i=1}^{n} p_i F_i(a, b),$$

onde:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

$F_i(a,b)$ é função da diferença $[g_i(a) - g_i(b)]$ entre o desempenho das alternativas para cada critério i.

Na situação mais básica, $F_i(a,b) = 1$, quando $g_i(a) > g_i(b)$; caso contrário, $F_i(a,b) = 0$. Ou seja, o grau de sobreclassificação $\pi(a,b)$ terá na sua composição o peso p_i de cada critério i, para o qual a alternativa 'a' tenha melhor desempenho do que 'b'.

No entanto, em casos específicos, quando há situações que envolvem limiares de indiferença ou de preferência ou ambos, a função $F_i(a,b)$ pode ser estabelecida de outras formas para contemplar essas situações.

Dessa forma, $F_i(a,b)$ pode ser estabelecida de acordo com o modo como a preferência do decisor aumenta com a diferença entre o desempenho das alternativas para cada critério $[g_i(a) - g_i(b)]$, e assume valores entre 0 e 1. O valor de $F_i(a,b)$ aumenta se a diferença de desempenho (ou a vantagem de um alternativa em relação a outra) aumenta, e é igual a zero se o desempenho de uma alternativa é igual ou inferior ao da outra.

No PROMETHEE há seis formas básicas para a função $F_i(a,b)$. O decisor pode representar suas preferências usando a forma mais adequada para cada critério. Esses são critérios gerais, usados para identificar a intensidade da preferência, conforme mostrado na Tabela 5.1. Nessa tabela:

- q representa um limiar de indiferença, o maior valor para diferença $[g_i(a) - g_i(b)]$, abaixo do qual existe uma indiferença;
- p representa o limiar de preferência, o menor valor para $[g_i(a) - g_i(b)]$ acima do qual existe uma preferência estrita.

Tabela 5.1 – Critérios gerais para o PROMETHEE

1. *Critério usual;* não há parâmetro a ser definido.	$g_i(a) - g_i(b) > 0$ $g_i(a) - g_i(b) \leq 0$	$F(a,b) = 1$ $F(a,b) = 0$
2. *Quase critério;* define-se o parâmetro *q*.	$g_i(a) - g_i(b) > q$ $g_i(a) - g_i(b) \leq q$	$F(a,b) = 1$ $F(a,b) = 0$
3. *Limiar de preferência;* define-se o parâmetro *p*.	$g_i(a) - g_i(b) > p$ $g_i(a) - g_i(b) \leq p$ $g_i(a) - g_i(b) \leq 0$	$F(a,b) = 1$ $F(a,b) = \frac{g_j(a) - g_j(b)}{p}$ $F(a,b) = 0$

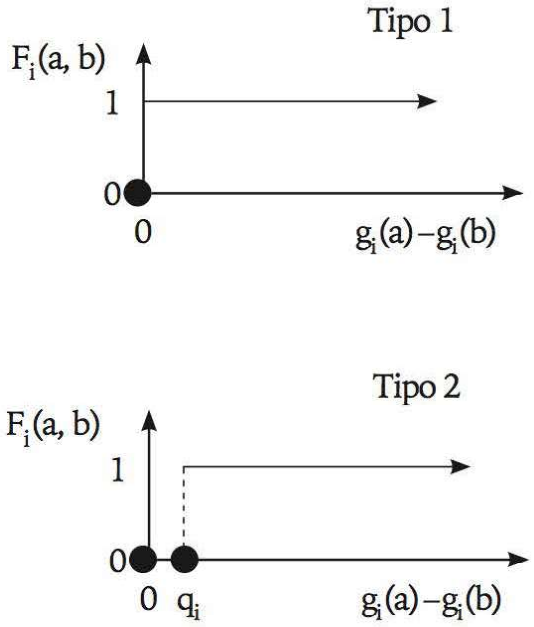
4. *Pseudo critério;* definem-se os parâmetros *q* e *p*.	$g_i(a) - g_i(b) > p$ $q < g_i(a) - g_i(b) \leq p$ $g_i(a) - g_i(b) \leq q$	F(a,b) = 1 F(a,b) = 1/2 F(a,b) = 0
5. *Área de indiferença;* definem-se os parâmetros *q* e *p*.	$g_i(a) - g_i(b) > p$ $q < g_i(a) - g_i(b) \leq p$ $g_i(a) - g_i(b) \leq q$	$F(a,b) = 1$ $F(a,b) = (g_i(a) - g_i(b) - q)/(p - q)$ $F(a,b) = 0$
6. *Critério gaussiano;* O desvio-padrão deve ser fixado.	$g_i(a) - g_i(b) > 0$ $g_i(a) - g_i(b) \leq 0$	A preferência aumenta segundo uma distribuição normal. F(a,b) = 0

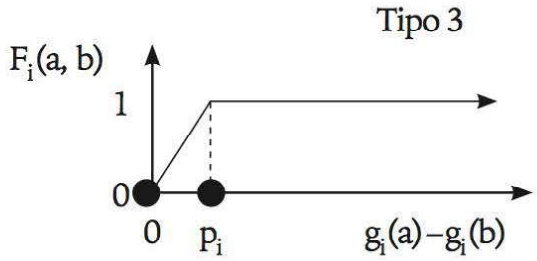
Fonte: Adaptada de Brans e Mareschal (2002).

Cada uma das formas para $F_i(a,b)$ corresponde a uma atitude do decisor na comparação entre os valores de a e de b, para o critério i.

As Figuras 5.8 e 5.9 ilustram a forma da função para os 6 tipos de $F_i(a,b)$.

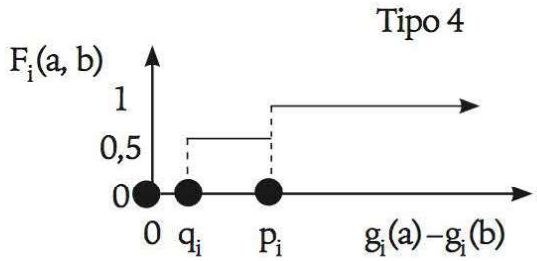
Figura 5.8 – Funções para os critérios 1, 2 e 3 no PROMETHEE

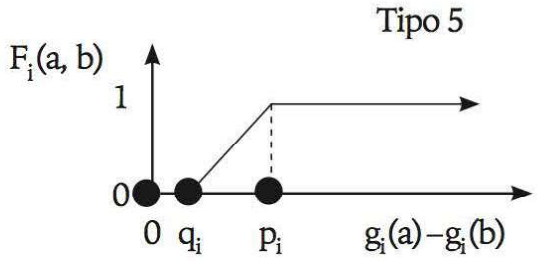


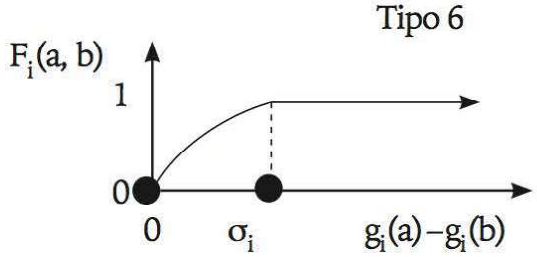


Fonte: Adaptada de Brans e Mareschal (2002).

Figura 5.9 – Funções para os critérios 4, 5 e 6 no PROMETHEE







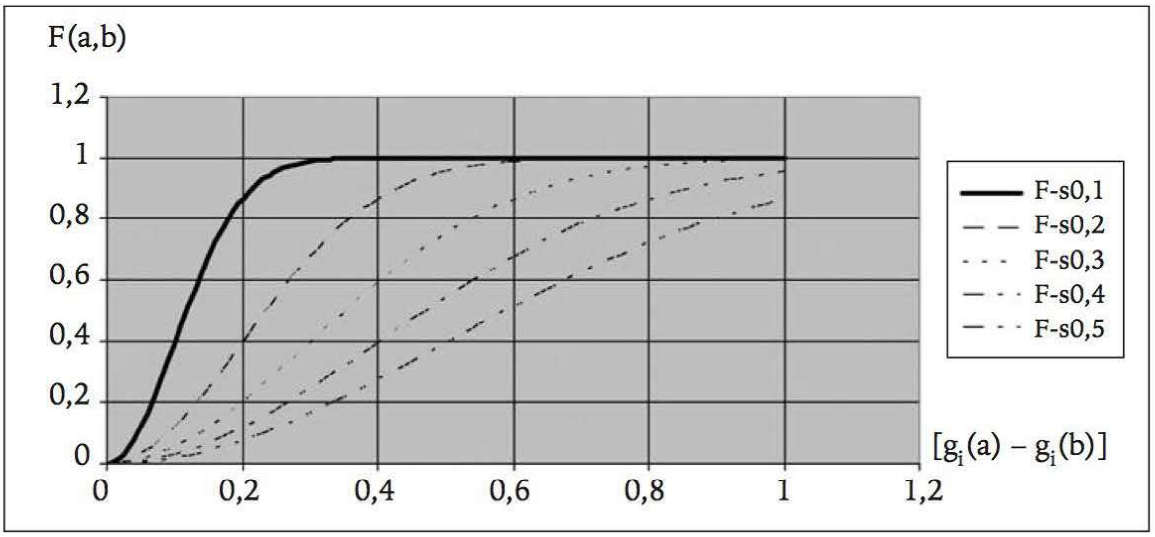
Fonte: Adaptado de Brans e Mareschal (2002).

O critério gaussiano pode ser calculado conforme segue:

$$F_i(a, b) = 1 - e - \left[\frac{[g_i(a) - g_i(a)]^2}{2s_i^2} \right]$$

Onde s_i é um parâmetro que controla o achatamento da função de preferência gaussiana e corresponde a um grau de preferência intermediário entre o limiar de indiferença q_i e de preferência p_i. A Figura 5.10 mostra algumas curvas de $F_i(a,b)$ para valores de s_i variando de 0,1 a 0,5. Para $s_i = [g_i(a) - g_i(b)]$, tem-se $F_i(a,b) = 0,39$.

Figura 5.10 – Curvas de $F_i(a,b)$ para diversos valores de s_i



$F_i(a,b)$ poderia ser vista como uma função de intensidade de preferência, embora não possa receber essa denominação no senso estrito do termo. Para tal, a seguinte relação deveria ser verdadeira (VINCKE, 1992):

$$F_i(a,b) + F_i(b,c) = F_i(a,c)$$

Apenas no caso acima a expressão "*intensidade de preferência*" faz sentido, o que não representa o significado preferencial da função $F_i(a,b)$. No entanto, essa expressão é utilizada de forma corrente, devendo se observar essa ressalva, visto tratar-se de um método não compensatório.

O grau de sobreclassificação do PROMETHEE tem certa similaridade com o mesmo indicador do ELECTRE III, particularmente quando a função $F_i(a,b)$ é do tipo 5, embora os parâmetros p e q sejam constantes no PROMETHEE.

5.7.2 *Fluxos de sobreclassificação*

Em seguida, vem a fase de exploração da relação de sobreclassificação para apoio a decisão. Nessa fase, dois indicadores são utilizados, conforme definido abaixo:

- Fluxo de Sobreclassificação de saída $\Phi^+(a)$ da alternativa 'a':

$$\Phi^+(a) = \sum_{b \in A} \pi(a, b)$$

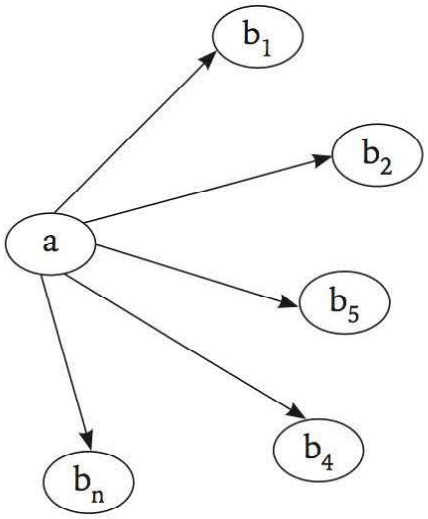
- Fluxo de Sobreclassificação de entrada $\Phi^-(a)$ da alternativa 'a':

$$\Phi^-(a) = \sum_{b \in A} \pi(b, a)$$

O fluxo de sobreclassificação de saída da alternativa 'a', $\Phi^+(a)$, representa a "intensidade de preferência" de 'a', sobre todas as alternativas 'b' no conjunto A. Quanto maior $\Phi^+(a)$, melhor a alternativa.

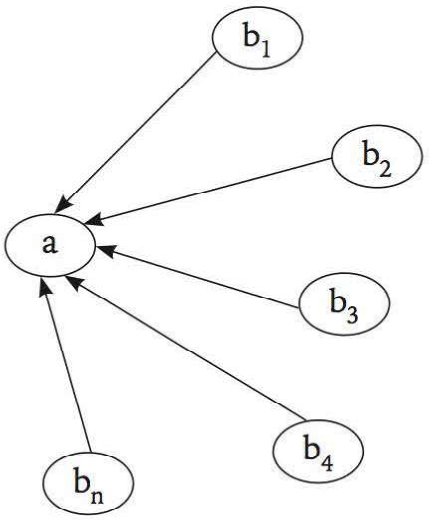
A terminologia adotada para os fluxos de sobreclassificação de entrada e saída está relacionada à representação gráfica da estrutura de preferência, onde se tem a medida do fluxo de sobreclassificação que entra e que sai de cada alternativa. Na Figura 5.11 é mostrado como esse indicador representa os arcos de saída da alternativa 'a', visto que a componente $\pi(a,b)$ considera as somas dos pesos (na situação mais básica) para $F_i(a,b) = 1$, quando $g_i(a) > g_i(b)$.

Figura 5.11 – Fluxo que sai da alternativa



O fluxo de sobreclassificação de entrada da alternativa 'a' $\Phi^{-}(a)$ representa a intensidade de preferência de todas as alternativas 'b' (no conjunto A) sobre a alternativa 'a'. Quanto menor $\Phi^{-}(a)$, melhor a alternativa, conforme Figura 5.12.

Figura 5.12 – Fluxo entrante



Há outra forma de se obterem os fluxos $\Phi^{+}(a)$, e $\Phi^{-}(a)$, que foi proposta por Brans e Mareschal (2002), conforme segue:

$$\Phi + (a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} \pi(a, b)$$

$$\Phi - (a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} \pi(b, a)$$

Nesse caso, a soma dos valores associados aos arcos de entrada ou saída do grafo de sobreclassificação é dividida pelo número (n – 1) de alternativas comparadas com a. Nesse caso, o indicador fica normalizado e independente do número de alternativas no conjunto A, mantendo esse índice na escala (0,1).

Outro indicador considerado é fluxo de sobreclassificação líquido $\Phi(a)$:

$$\Phi(a) = \Phi^{+}(a) - \Phi^{-}(a)$$

Se os fluxos são normalizados, tem-se o fluxo de sobreclassificação líquido com valores entre –1 e 1.

Essa forma normalizada seria especialmente importante no uso do PROMETHEE V (antes da aplicação do procedimento de otimização, pois entendia-se que deveria ser feita uma conversão na escala para que os valores ficassem entre 0 e 2, adicionando-se 1). Isso evita que alguma alternativa fique com valor negativo ou nulo, na função objetivo. No entanto, problemas de escala foram encontrados para o PROMETHEE V, sendo discutidos novos procedimentos nesse caso. Para maiores detalhes sobre essa questão, sugere-se ver Almeida e Vetschera (2012) e Vetschera e Almeida (2012).

5.8 Método PROMETHEE I

Neste método, duas pré-ordens são construídas com os dois indicadores apresentados anteriormente:

- Pré-ordem decrescente de $\Phi^+(a)$.
- Pré-ordem crescente de $\Phi^-(a)$.

Essas duas pré-ordens são estabelecidas com base em duas relações: sobreclassificação e indiferença. O método PROMETHEE I consiste na interseção entre essas duas pré-ordens e produz uma pré-ordem parcial, a partir de três relações: preferência (P), indiferença (I) e incomparabilidade (R). Essas relações são obtidas conforme segue (BRANS; MARESCHAL, 2002):

- Preferência: aPb se:

  $\Phi^+(a) > \Phi^+(b)$ e $\Phi^-(a) \leq \Phi^-(b)$; ou

  $\Phi^+(a) = \Phi^+(b)$ e $\Phi^-(a) < \Phi^-(b)$.

- Indiferença: aIb se:

  $\Phi^+(a) = \Phi^+(b)$ e $\Phi^-(a) = \Phi^-(b)$.

- Incomparabilidade: aRb se:

  $\Phi^+(a) > \Phi^+(b)$ e $\Phi^-(b) < \Phi^-(a)$; ou

  $\Phi^+(b) > \Phi^+(a)$ e $\Phi^-(a) < \Phi^-(b)$.

5.9 Método PROMETHEE II

O método PROMETHEE II é baseado na utilização do fluxo líquido $\Phi(a)$, que é obtido da seguinte forma:

$$\Phi(a) = \Phi^{+}(a) - \Phi^{-}(a)$$

Com base no indicador $\Phi(a)$, as alternativas são organizadas em ordem decrescente, estabelecendo uma pré-ordem completa entre as alternativas, a partir das seguintes relações:

- Preferência: aPb se $\Phi(a) > \Phi(b)$.
- Indiferença: aIb se $\Phi(a) = \Phi(b)$.

Deve-se observar que a ocorrência da condição para a relação de indiferença é muito pouco provável, o que leva geralmente à consideração de que o PROMETHEE II estabelece uma ordem completa.

Observa-se que no PROMETHEE I podem ocorrer incomparabilidades, enquanto no PROMETHEE II tem-se uma ordem completa. Na realidade, o PROMETHEE II introduz uma forma de agregação com certa distorção, dentro da concepção do método de sobreclassificação, e acarreta uma perda de informação em relação ao PROMETHEE I. A questão é que esse método pode captar situações de incomparabilidade que deveriam ser examinadas com mais detalhes e não encobertas por meio de tal artifício. De qualquer forma, o PROMETHEE II tende a ser mais usado por dar uma ideia aparentemente mais confortável, apresentando uma ordem completa.

Embora haja alguma semelhança entre os métodos da família PROMETHEE e os da família ELECTRE, uma diferença significativa entre eles é que os primeiros não utilizam o conceito de discordância.

5.10 Outros métodos da família PROMETHEE

Além dos dois primeiros métodos, a família PROMETHEE inclui os seguintes métodos (BRANS; MARESCHAL, 2002):

- PROMETHEE III e IV: foram desenvolvidos para o tratamento de problemas de decisão mais sofisticados, em particular com um componente estocástico. PROMETHEE IV envolve o caso de um conjunto contínuo

de ações *A* que surge quando as ações são, por exemplo, percentagens, dimensões de um produto, investimentos.

- PROMETHEE V: nesse método, após se obterem as avaliações das alternativas com base no PROMETHEE II, são consideradas restrições, identificadas no problema, e então se aplica a seleção de um conjunto de alternativas, tratando da problemática de portfólio, com otimização inteira 0-1.
- PROMETHEE VI: nesse método, quando o decisor não está apto ou não quer definir precisamente os pesos para os critérios, pode especificar intervalos de possíveis valores em lugar de um valor fixo para cada peso.

5.11 Questões práticas para o uso dos métodos PROMETHEE

Algumas questões de ordem prática são discutidas a seguir em relação aos métodos da família PROMETHEE.

Deve-se destacar que o problema de escala observado em relação ao PROMETHEE V e detalhado em Almeida e Vetschera (2012) e Vetschera e Almeida (2012) não interfere nem afeta de forma alguma os outros métodos dessa família. É uma questão que afeta apenas o uso desse tipo de avaliação para problemas de portfólio, conforme destacado em Almeida e Vetschera (2012).

5.11.1 Reversão de ordem

Um dos problemas relacionados aos métodos PROMETHEE é o de reversão de ordem, que em geral pode ocorrer com métodos de comparação par a par. A reversão de ordem pode surgir quando uma alternativa é incluída ou excluída do conjunto A, provocando uma mudança no ordenamento já efetuado entre outras alternativas.

Métodos de comparação par a par estabelecem uma ordem ou pré-ordem com base numa matriz de preferência nxn, que faz uma comparação par a par de todas as alternativas, gerando algum indicador de preferência p_{ij} entre duas alternativas 'i' e 'j'. Outros métodos também se baseiam em comparação par a par, tais como o ELECTRE e o AHP.

Essa é uma questão que o analista deve avaliar junto ao decisor, quando apresenta o resultado de um estudo. Por outro lado, deve-se observar que os métodos de sobreclassificação geram relações não transitivas. É natural haver reversão de ordem se a estrutura de preferência se baseia em relações não transitivas. Isto ocorre na pré-ordem ou ordem final apresentada pelos métodos, pois

estas se apresentam de forma transitiva. As relações de sobreclassificação são naturalmente não transitivas, fator defendido como uma das forças desses métodos, visto que isso os mantém próximos da natureza original dos problemas multicritério (MARESCHAL et al., 2008).

Deve-se também observar que reversão de ordem não ocorre entre duas alternativas 'a' e 'b', se aDb. De fato, a reversão de ordem, no método PROMETHEE, ocorre apenas para alternativas que têm os valores de fluxos líquidos muito próximos. Mareschal et al. (2008) mostram que não há reversão de ordem quando se retiram k alternativas do conjunto A (para os fluxos normalizados) se:

$$\phi(a) - \phi(b) > \frac{2k}{n-1}$$

5.11.2 *O uso dos métodos PROMETHEE*

O método PROMETHEE II é frequentemente citado na literatura como um método que produz um processo de agregação aditivo (BOUYSSOU et al., 2006). Deve-se tomar cuidado para não interpretar isso com associação ao modelo aditivo (compensatório), já discutido. Observe o desenvolvimento a seguir:

$$\Phi(a) = \Phi+(a) - \Phi-(a)$$

A partir de $\Phi(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{b\in A}\pi(a, b) - \frac{1}{n-1}\sum_{b\in A}\pi(b, a)$, tem-se que:

$$\phi(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{b\in A}\pi(a, b) - \pi(b, a)$$

Com base em $\pi(a, b) = \sum_{i=1}^{n} p_i F_i(a, b)$, tem-se:

$$\phi(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{b\in A}[\sum_{i=1}^{n} p_i F_i(a, b) - \sum_{i=1}^{n} p_i F_i(b, a)]$$

Desenvolvendo, obtém-se:

$$\phi(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} p_i[\sum_{b\in A} F_i(a, b) - \sum_{b\in A} F_i(b, a)]$$

$$\phi(a) = \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} [F_i(a, b) - F_i(b, a)]$$

Essa equação pode ser considerada como um modelo aditivo na qual a função valor $g_i(a)$ tem a seguinte forma:

$$g_i(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{b \in A} [F_i(a, b) - F_i(b, a)]$$

Para essa função valor deve-se lembrar que $F_i(a,b) = 0$, quando $g_i(a) \leq g_i(b)$, para a função $F_i(a,b)$ do tipo 1.

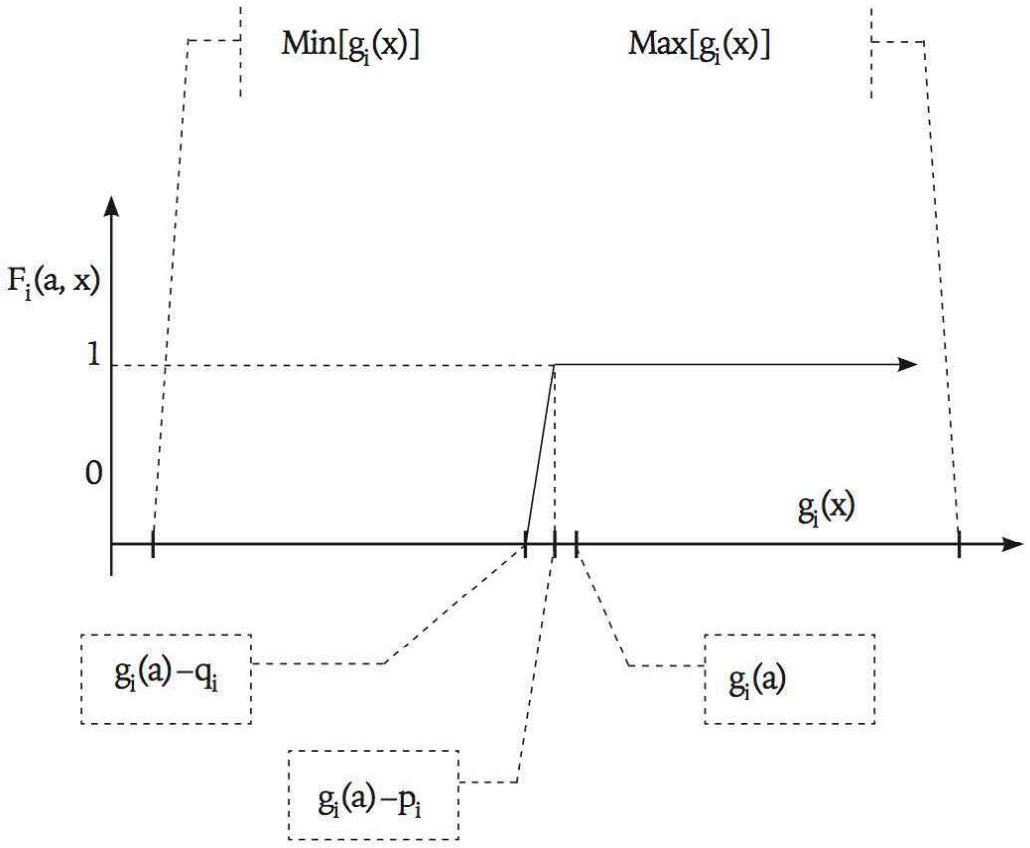
Uma questão importante que merece destaque é quanto à escolha da função $F_i(a,b)$ e mais especialmente à determinação dos parâmetros p e q. Deve-se observar que nem sempre pode ser necessário escolher uma função diferente da função tipo 1. Ou seja, a escolha de outra função deve ocorrer apenas no caso em que o decisor tenha dúvida no estabelecimento de situação de indiferença ou preferência em uma determinada faixa de valores de um dado critério.

No caso de escolha de critério diferente do tipo1, deve-se ter cuidado também na determinação dos limiares de indiferença ou de preferência. Observa-se que esses valores geralmente são pequenos quando se considera a faixa de valores considerada no critério. Ou seja, q e p representam uma faixa de dúvida que o decisor tem no estabelecimento de uma situação de indiferença ou preferência, respectivamente.

As Figuras (5.13 e 5.14) ilustram essa questão, para o critério do tipo 5. Considera-se a comparação entre a alternativa 'a' e qualquer outra alternativa do conjunto, representada por x. O valor de $g_i(a)$ é mostrado na marca central do eixo horizontal. Suponha que o valor de $g_i(x)$ pode variar na faixa entre o mínimo (Min $[g_i(x)]$) e o máximo (Max $[g_i(x)]$) indicado, a depender de que alternativa venha a ser x. Os valores de $g_i(x)$ são mostrados para indicar a amplitude da faixa de valores que $g_i(x)$ pode assumir.

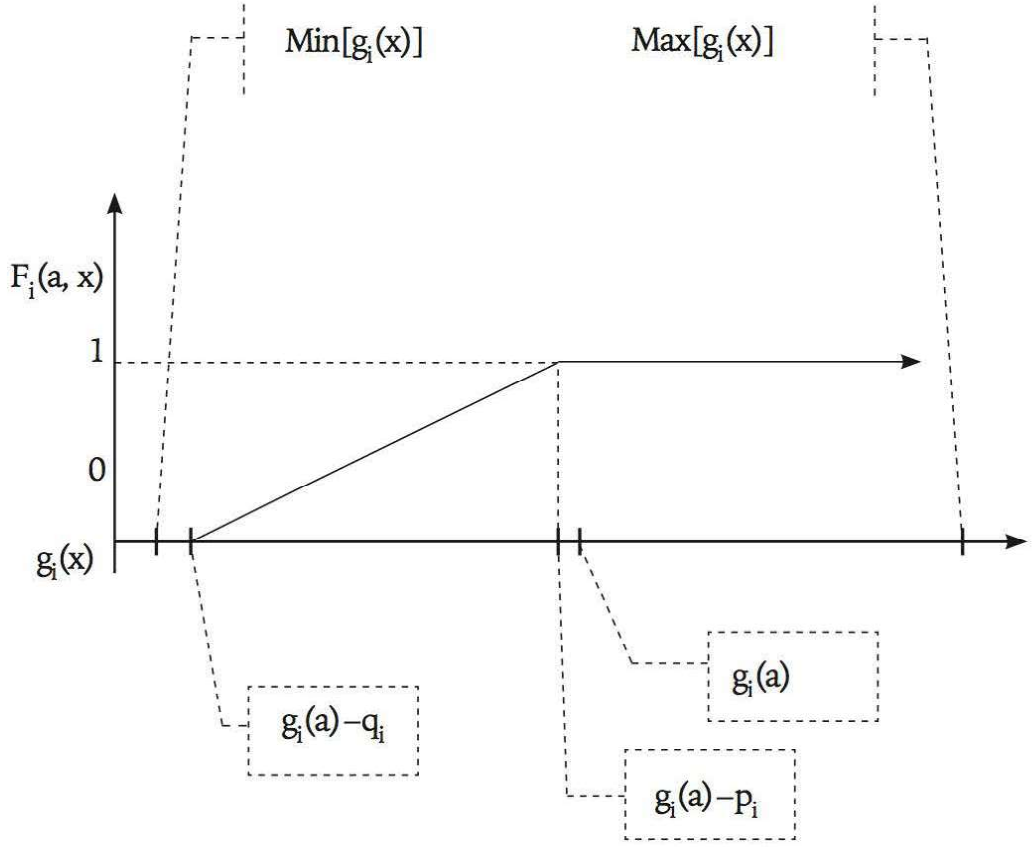
A Figura 5.13 mostra uma condição esperada para esse método. Sendo p_i e q_i valores de limiares, que representam pequenos valores, estes são representados, na Figura, em função de suas distâncias de $g_i(a)$. Essa é uma situação esperada, de forma que o modelo representa o que se espera para um método de sobreclassificação.

Figura 5.13 – Valores de limiares compatíveis



No entanto, a situação mostrada na Figura 5.14 pode representar uma distorção, visto que o valor de limiar q_i está numa dimensão relativamente grande para a faixa de variação de $g_i(x)$. Como mostrado na Figura 5.14, para esse valor de q_i o modelo atua, em parte, como uma função de agregação aditiva, sendo a função valor intracritério linear. Nesse caso, pode-se dizer que quando o valor de $g_i(x)$ se encontra na faixa entre $g_i(a) - q_i$ e $g_i(a) - p_i$, há um processo compensatório na forma como os valores de $g_i(x)$ e $g_i(a)$ são comparados.

Figura 5.14 – Valores de limiares não compatíveis com o conceito de limiar



5.11.3 Elicitação de limiares de preferência e indiferença

Ainda há muito por se fazer, para o estabelecimento de procedimentos formais para a elicitação dos limiares de preferência e indiferença. Todavia, há algumas indicações e questões básicas que devem ser observadas no estabelecimento desses limiares.

O termo *"limiar"* (no contexto de medição) indica intensidade mínima necessária para se produzir efeito. Esse significado também está associado à diferença entre duas medidas, indicando a diferença mínima entre duas medidas para serem percebidas como distintas.

Então, esses valores de limiares devem representar valores mínimos, no contexto da faixa de valores de consequência considerados e da escala de avaliação utilizada. Impactos de imprecisão no processo de elicitação devem ser avaliados por procedimentos de análise de sensibilidade.

No processo de elicitação, deve-se verificar o efeito produzido por esses limiares, nos resultados finais, considerando:

- como o método específico em uso influencia; e
- a dependência com a problemática utilizada.

Em relação aos métodos deve-se avaliar, por exemplo no método ELECTRE, como o algoritmo de resolução utiliza esses limiares.

A situação é bem distinta em função do tipo de problemática. Para a problemática de escolha, uma menor precisão pode ser tolerada, visto que o resultado foca em apenas uma alternativa (ou pequeno subconjunto de alternativas). A análise de sensibilidade pode ajudar muito na correção de desvios. A depender do contexto, não haveria grande perda no processo decisório, se uma alternativa que deveria estar em segundo lugar for escolhida ao invés da que deveria estar em primeiro lugar. Em princípio, isso só ocorreria para duas alternativas muito próximas. Essa questão pode ser avaliada por meio da análise de sensibilidade.

Para a problemática de ordenação, os valores de limiares são um pouco mais críticos, pois podem alterar a ordem de alternativas facilmente, especialmente quando estas estão com valores próximos. Mesmo assim, por terem valores próximos, não seria muito crítica uma troca na ordem de algumas poucas alternativas. Isso também pode ser avaliado por meio da análise de sensibilidade.

Para a problemática de classificação, os valores de limiares são bem mais críticos, pois podem alterar o posicionamento de uma alternativa em uma classe. Neste caso, a diferença entre classes é tão grande, quanto menor o número de classes considerado no processo. Uma mudança de classe pode representar um erro maior no processo decisório. Esse problema tende a ocorrer com alternativas que se localizam próximas à fronteira entre duas classes. Para essa problemática, o cuidado no processo de elicitação deve ser bem maior e a análise de sensibilidade pode exercer um papel mais relevante.

6

Outros métodos multicritério

Há uma vasta quantidade de métodos multicritério apresentados na literatura.

Além dos métodos apresentados anteriormente, vários outros métodos são apresentados neste capítulo, incluindo também o detalhamento de conceitos básicos, de forma mais resumida, e são também classificados, destacando sua contribuição ao processo de tomada de decisão.

Inicialmente são apresentados mais detalhes sobre os conceitos de ponto Ideal e Nadir, os quais são usados em alguns métodos. Em seguida, são apresentados outros modelos que utilizam agregação aditiva, seguidos pelo modelo de agregação por produto. Depois seguem métodos ordinais e mais um método de sobreclassificação. Finalmente, métodos de outra abordagem em MCDA são introduzidos.

6.1 Ponto ideal e Nadir

Alguns métodos são baseados nos conceitos de distâncias a um ponto ideal, ou adicionalmente a um ponto anti-ideal, também chamado de Nadir.

O ponto ideal certamente não se encontra no conjunto viável, correspondendo à alternativa (hipotética) que teria a combinação das melhores consequências possíveis para todos os critérios (j) considerados. O Nadir corresponderia à alter-

nativa (hipotética), que teria a combinação das piores consequências possíveis para todos os critérios considerados.

Como justificativa para esses métodos pode-se citar o axioma de racionalidade de escolha (ZELENY, 1982): "É racional escolher uma alternativa mais próxima da ideal ou mais distante da anti-ideal."

Para o ponto ideal, os valores são obtidos considerando os melhores desempenhos para todas as alternativas i do conjunto A. Ou seja, para os n critérios, seriam os pontos $[v_1^*(a), v_2^*(a), ..., v_n^*(a)]$, onde $v_j^*(a) = \text{Max}_A [v_j(a_i)]$. Para o Nadir, seria a combinação dos piores desempenhos possíveis para todos os critérios considerados. Ou seja, seriam os pontos $[v_1^0(a), v_2^0(a), ..., v_n^0(a)]$, onde $v_j^0(a) = \text{Min}_A [v_j(a_i)]$.

Para a definição de distância, deve-se observar que há várias métricas. A mais usual é a métrica de Minkowski, conforme segue, considerando a distância entre dois pontos x e y, em função dos critérios j:

$$m_p = \left[\sum_j |x_j - y_j|^p\right]$$

Onde os valores mais comuns para p são $p = 1$, $p = 2$ e $p = \infty$.

Pode-se relacionar essa métrica com os procedimentos de normalização, quando se considera a relação entre duas distâncias, sendo y a origem. Nesse caso, tem-se para $p = 1$ o procedimento de normalização 3. Similarmente, para $p = \infty$, tem-se o procedimento de normalização 1 (divisão pelo máximo).

Para $p = 2$, tem-se a distância euclidiana.

$$m_2 = \sqrt{\sum_j (x_j - y_j)^2}$$

Pode-se também considerar a distância ponderada entre duas alternativas a_k e a_l, levando-se em consideração os pesos dos critérios j:

$$d(a_k, a_1) = \left[\sum_j (w_j)^p |v_j(a_k) - v_j(a_l)|^p\right]^{1/p}$$

Uma das questões a se avaliar no uso dessas distâncias é que escolha pode ser efetuada entre o ponto ideal e o Nadir, em relação ao axioma acima. O método TOPSIS, apresentado adiante, oferece um balanceamento para essa questão.

6.2 Método TOPSIS

O TOPSIS (*Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution*) é um método que situa as alternativas em relação aos pontos de referência: ponto ideal e ponto anti-ideal (ou Nadir) (HWANG; YOON, 1981).

Esse método calcula o valor de uma alternativa em função de sua distância para dois pontos:

- o ponto ideal, chamado de PIS (*positive ideal solution*); e
- o Nadir, chamado de NIS (*negative ideal solution*).

Sejam o vetor das constantes de escalas $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$ e a matriz de consequências $C = [c_{ij}]_{mxn}$; a primeira etapa desse método consiste na obtenção da matriz de decisão ponderada ou matriz de consequências ponderada:

$C' = [c'_{ij}]_{mxn}$, onde:

$c_{ij}' = c_{ij} \otimes w_j$, para i = 1, 2, ..., m e j = 1, 2, ..., n.

A distância D_i^* de cada alternativa a_i para o PIS é dada por:

$$D_i^* = \left[\sum_j |v_{ij}(a) - v_j^*|^p\right]^{1/p}$$

A distância D_i^0 de cada alternativa a_i para o NIS é dada por:

$$D_i^0 = \left[\sum_j |v_{ij}(a) - v_j^0|^p\right]^{1/p}$$

É usual utilizar-se p = 2, resultando em:

$$D_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (v_{ij}(a) - v_j^*)^2}$$

$$D_i^0 = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (v_{ij}(a) - v_j^0)^2}$$

A partir dessas medidas, tem-se a proximidade relativa RC_i da alternativa a_i, dada por:

$$RC_i = \frac{D_i^0}{D_i^* + D_i^0}$$

Naturalmente o valor de RC_j será tanto maior quanto mais próxima a alternativa a_i for do PIS e mais distante for do NIS, indicando que a alternativa é melhor. Então, as alternativas podem ser ordenadas com base no valor de RC_j.

Uma característica desse método é sua concepção baseada em soma ponderada, requerendo independência preferencial entre os critérios.

Além disso, deve-se observar que é possível ocorrer reversão de ordem com esse método, visto que o procedimento leva em conta parâmetros que são formados a partir do conjunto de alternativas.

A seguir, o uso do método é ilustrado com o exemplo apresentado na Tabela 3.7. A Tabela 6.1, mostra a matriz de decisão ponderada, obtida depois da normalização com o procedimento 2 (divisão pelo máximo).

Tabela 6.1 – Matriz de decisão ponderada

	Critérios			
Alternativas	**A**	**B**	**C**	**D**
A1	0,15	0,01	0,2	0,29
A2	0,26	0,17	0,02	0,1
A3	0,23	0,14	0,22	0,2
A4	0,24	0,11	0,07	0,15
A5	0,03	0,17	0,2	0,27
A6	0,1	0,13	0,17	0,01
A7	0,18	0,14	0,05	0,32
A8	0,25	0,04	0,02	0,17
A9	0,28	0,02	0,07	0,33
A10	0,21	0,13	0,2	0,3

A Tabela 6.2 apresenta os resultados com o método TOPSIS, juntamente com os resultados obtidos com o modelo aditivo, usado anteriormente.

Tabela 6.2 – Resultados com TOPSIS

	Modelo Aditivo		TOPSIS	
Posição	**Alternativa**	**V(a)**	**Alternativa**	**RC(a)**
1	A10	0,83	A10	0,81
2	A3	0,79	A3	0,72
3	A9	0,71	A9	0,66
4	A7	0,69	A7	0,65
5	A5 (*)	0,66	A1 (*)	0,62
6	A1 (*)	0,64	A5 (*)	0,57
7	A4	0,56	A4	0,52
8	A2	0,55	A2	0,49
9	A8	0,48	A8	0,48
15	A6	0,42	A6	0,36

Conforme se observa na Tabela 6.2, os resultados apresentam poucas diferenças, visto tratarem de métodos muito similares baseados no processo de agregação aditivo. Essas diferenças ocorrem nas posições 5 e 6, com a troca de posicionamento das alternativas A1 e A5. No entanto, essas diferenças dependem dos dados do problema analisado, podendo ocorrer mudanças com maior impacto.

Uma questão não difundida sobre esse método está relacionada à forma como as constantes de escala são obtidas, embora esteja implícito que para esse método deve-se ter os mesmos cuidados que para qualquer modelo aditivo. A seguir é apresentada uma ilustração do problema relativo à mudança de escala nesse método, que está associado ao estabelecimento das constantes de escala.

Considere o problema apresentado na Tabela 6.3. O método TOPSIS foi aplicado a esse problema, considerando dois tipos de escala, uma escala intervalar, aplicando a normalização do tipo 1 sobre os dados dessa tabela, e uma escala de razão, aplicando a normalização do tipo 2 sobre os dados. Os resultados são mostrados na Tabela 6.4.

Tabela 6.3 – Matriz de decisão para o método TOPSIS

	Critérios			
Pesos	**0,28**	**0,17**	**0,22**	**0,33**
Alternativas	**A**	**B**	**C**	**D**
A1	11	86	94	55
A2	14	7	68	56
A3	73	8	84	43
A4	34	78	47	90
A5	18	91	14	39
A6	94	89	29	75
A7	98	58	93	45
A8	10	92	48	96
A9	39	61	7	28
A10	76	50	78	94

Na Tabela 6.4 pode ser observado que há mudanças na ordem de preferência para várias alternativas. Dentre as dez alternativas nesse problema, apenas quatro mantêm-se na mesma ordem para os dois tipos de normalização. Isso mostra o grau elevado de sensibilidade desse método a essa questão, embora nem sempre isso ocorra, dependendo dos dados do problema. Por exemplo, no problema mostrado na Tabela 6.1 não há mudança na ordem das alternativas para quando se aplicam os dois procedimentos.

Tabela 6.4 – Comparação de escalas diferentes com TOPSIS

	Escala 1 (intervalar)		**Escala 2 (razão)**	
Posição	**Alternativa**	**V(a)**	**Alternativa**	**RC(a)**
1	A10 (ok)	0,79	A10 (ok)	0,65
2	A6	0,67	A7	0,6
3	A4	0,6	A6	0,59
4	A7	0,6	A3	0,48
5	A8	0,56	A4	0,48

6	A3	0,48	A1	0,46
7	A1	0,47	A8	0,45
8	A2 (ok)	0,35	A2 (ok)	0,33
9	A5 (ok)	0,3	A5 (ok)	0,3
15	A9 (ok)	0,24	A9 (ok)	0,26

Esse resultado permite que se ressalte mais ainda a preocupação que se deve ter em relação a uso de procedimentos de normalização e escalas, em geral, com o procedimento para elicitação das constantes de escala ou "pesos" no método TOPSIS.

6.3 Modelo aditivo com veto

Há várias situações em que o modelo de agregação aditivo é adequado à estrutura de preferências do decisor, mas pode ocorrer uma situação na qual esse decisor não aceita que uma determinada alternativa, que tenha um desempenho muito baixo em algum critério, seja selecionada. Essa seleção pode ocorrer devido ao efeito de compensação do modelo aditivo. Ou seja, o valor global da alternativa pode ser alto, pois o valor no critério com baixo desempenho pode ser compensado pelo seu bom desempenho em outros critérios. Mesmo nesse caso, com bom desempenho em outros critérios, pode ocorrer que o decisor não deseje a seleção dessa alternativa.

Nessa situação, ao se aplicar simplesmente o modelo aditivo, o decisor pode ter a impressão de que aquele modelo não é adequado ao seu problema. Isto é, não é apropriado às suas preferências.

Para resolver esse tipo de situação, foi desenvolvido o modelo aditivo com veto (ALMEIDA, 2011a, 2011b). A implementação do veto é desenvolvida por meio da integração da função veto ao modelo aditivo.

A função veto $z_i(a)$, para o critério i, é dada por:

$$z_i(a) = \begin{cases} 0, \text{ if } v_i(a) \leq l_i \\ 1, \text{ if } v_i(a) \geq u_i \\ \dfrac{v_i(a) - l_i}{u_i - l_i}, \text{ if } u_i < v_i(a) < l_i \end{cases}$$

Onde:

$v_i(a)$ é a função valor para o critério i.

l_i é o limiar inferior de veto para o critério i.

u_i é o limiar superior de veto para o critério i.

Uma alternativa 'a' que tenha um desempenho $v_i(a)$, no critério i, abaixo do valor l_i, deverá ser vetada, através de uma penalização que levará seu valor global para zero. Caso tenha um desempenho $v_i(a)$, no critério i, acima do valor u_i, não terá nenhuma penalização, mantendo seu valor global. Se a alternativa tiver um desempenho $v_i(a)$, no critério i, entre os valores de l_i e u_i, então terá uma penalização no seu valor global. As funções de veto para os diversos critérios são agregadas por meio da seguinte função de veto global:

$$z(a) = \prod_{i=1}^{n} z_i(a)$$

A integração da função veto ao modelo aditivo é obtida conforme segue:

$$v(a) = \sum_{j=1}^{n} k_i v_i(a) \prod_{i=1}^{n} z_i(a)$$

A Tabela 6.5 apresenta a matriz de decisão de um exemplo numérico para ilustrar esse tipo de situação. São considerados os mesmos limiares para todos os critérios, sendo $l_i = 0{,}05$ e $u_i = 0{,}1$. As constantes de escala são $k_1 = 0{,}2$; $k_2 = 0{,}1$; $k_3 = 0{,}15$; $k_4 = 0{,}25$; $k_5 = 0{,}05$; e $k_6 = 0{,}25$.

Tabela 6.5 – Matriz de decisão

Critério / Alternativa	c1	c2	c3	c4	c5	c6
1	0,49	0,25	0,35	0,78	0,65	0,67
2	0,44	0,56	0,6	0,24	0,17	0,3
3	0,38	0,04	0,13	0,24	0,26	0,05
4	0,57	0,04	0,36	0,53	0,79	0,8
5	0,12	0,56	0,67	0,88	0,39	0,67
6	0,87	0,87	0,58	0,62	0,03	0,75
7	0,73	0,71	0,26	0,83	0,7	0,56
8	0,17	0,55	0,81	0,19	0,63	0,89

9	0,82	0,82	0,32	0,91	0,63	0,09
10	0,44	0,5	0,76	0,69	0,86	0,09
11	0,06	0,24	0,49	0,84	0,34	0,64
12	0,19	0,76	0,14	0,99	0,49	0,99
13	0,47	0,39	0,59	0,15	0,55	0,07
14	0,9	0,52	0,52	0,93	0,79	0,03
15	0,68	0,86	0,28	0,89	0,15	0,05

Aplicando-se o modelo proposto, tem-se o resultado mostrado na Tabela 6.6. A identificação das alternativas está na segunda coluna. A primeira coluna mostra a ordem das alternativas no modelo com veto e a terceira coluna mostra o valor global da alternativa, nesse modelo. Para o modelo aditivo sem o veto, a ordem das alternativas é mostrada na quarta coluna, e o valor global na quinta coluna.

Tabela 6.6 – Resultados do modelo com veto

Ordem Modelo com Veto	**Alternativa**	**Vn(a)**	**Ordem Modelo Original**	**V(a)**
1	12	0,65	2	0,65
2	7	0,64	3	0,64
3	5	0,59	5	0,59
4	1	0,57	7	0,57
5	8	0,51	9	0,51
6	9	0,46	6	0,58
7	10	0,39	12	0,49
8	2	0,38	13	0,38
9	13	0,12	14	0,3
10	11	0,1	11	0,5
11	3	0	15	0,19
12	4	0	8	0,54
13	6	0	1	0,69
14	14	0	4	0,59
15	15	0	10	0,51

Observa-se que algumas alternativas foram vetadas, ficando com valor global zero. Dentre essas alternativas vetadas, tem-se a alternativa 13, que seria selecionada como a melhor, com maior desempenho global de 0,69, no modelo aditivo sem veto.

Algumas dessas alternativas tiveram um veto parcial, visto que o seu desempenho em alguns critérios ficou entre os limiares inferior e superior de veto. A Tabela 6.7 mostra esses detalhes para as alternativas. Por exemplo, a alternativa 9 teve seu valor reduzido para 80% do valor no modelo aditivo, em função do seu desempenho no critério 6. A alternativa 6, que teria o melhor desempenho no modelo aditivo, recebeu veto total ($z = 0$) em função do seu desempenho no critério 5.

Tabela 6.7 – Valores da função veto

Alternativa	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
3	1	0	1	1	1	0	0
4	1	0	1	1	1	1	0
5	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	0,8	0,8
10	1	1	1	1	1	0,8	0,8
11	0,2	1	1	1	1	1	0,2
12	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	0,4	0,4
14	1	1	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1	0	0

Conforme mostrado, o modelo aditivo com a função veto permite ao decisor especificar situações de desempenho que são inaceitáveis para cada critério e evitar, assim, a seleção das alternativas que estejam nessa condição.

6.4 Procedimento de agregação por produto ponderado

Os métodos com esse procedimento estão incluídos no conjunto de métodos de critério único de síntese e podem ser chamados de Função Valor Multiatributo. Aqui se apresentam outros modelos que se distinguem do modelo aditivo, já apresentado.

A seguir, um exemplo de Função Valor Multiatributo (KEENEY; RAIFFA, 1976), considerando n = 2 atributos:

$$v(a) = v_1^{\alpha} v_2^{\beta}$$

$$v(a) = k_1 v_1(a) + k_2 v_2(a) + k_3 [v_1(a) - b_1]^{\alpha} [v_2(a) - b_2]^{\beta}$$

Onde: k_i, b_i, α e β são constantes que estabelecem as compensações entre os critérios.

Uma forma mais generalizada, chamada de método de produto ponderado ou método multiplicativo de ponderação exponencial, é a seguir apresentada:

$$v(a) = \prod_{i=1}^{n} [v_i(a)]^{wi}, \text{ onde:}$$

v(a) = função valor global da alternativa 'a';

$v_i(a)$ = a função valor no critério i da alternativa 'a';

w_i = peso do critério i, considerando n critérios.

Esse procedimento de agregação é menos sujeito à influência de procedimentos de normalização do que na agregação aditiva. Isso pode ser avaliado analisando o valor normalizado, $v'_i(a_j)$, de $v_i(a_j)$, e verificando a relação $v'_i(a_j)/v_i(a_j)$, que não depende de j. Ou seja, para um critério fixo i, a relação é constante. Isto ocorre para alguns procedimentos de mudança de escala apresentados anteriormente, dentre os quais os procedimentos 1 (divisão pelo máximo) e 3 (divisão pela soma).

Aplicando o procedimento 1 para mudança de escala, a partir de $v'_i(a_j) = v_i(a_j)/[\text{Max } v_i(a_j)]$, tem-se (para simplificar, seja $z_i = \text{Max } v_i(a_j)$):

$$v'(a_j) = \prod_{i=1}^{n} [v'_i(a_j)]^{wi} = \prod_{i=1}^{n} [v_i(a_j)/z_i]^{wi}$$

$$v'(a_j) = \prod_{i=1}^{n} [v_i(a_j)]^{wi} \; 1/\prod_{i=1}^{n} z_i^{wi}$$

Observa-se que o valor $1/\prod_{i=1}^{n} z_i^{wi}$ não depende de j, não afetando a avaliação relativa dos valores de $v'_i(a_j)$.

Um dos problemas observados nesse procedimento é sua grande sensibilidade para o desempenho que uma alternativa tem num determinado critério, quando esse desempenho está distante da média. Isto é, o procedimento tende a ser desfavorável a uma alternativa que tenha um desempenho menor e muito distante da média, em apenas um critério. O contrário também acontece, sendo o resultado favorável a uma alternativa que tenha um desempenho bem acima da média em um critério.

O exemplo a seguir na Tabela 6.8, com cinco alternativas e quatro critérios, mostra essa situação.

Tabela 6.8 – Matriz de decisão modelo multiplicativo

	C1	C2	C3	C4	Produto	Aditivo
A1	1,00	0,29	0,50	0,71	0,60	0,61
A2	0,78	0,43	0,67	0,57	0,67	0,60
A3	0,67	0,43	0,83	0,50	0,68	0,59
A4	0,11	1,00	0,83	1,00	0,56(-)	0,74(+)
A5	0,56	0,86	1,00	0,43	0,82	0,70
Pesos	0,25	0,3	0,2	0,25		

No modelo aditivo, a alternativa que apresenta o melhor desempenho é a alternativa A4. Já no modelo de produto ponderado, essa alternativa apresenta o pior desempenho. Isso ocorre devido ao desempenho dessa alternativa no critério C1, que é de 0,11, bem abaixo da média de 0,62. Se a alternativa A4 passa a ter valor 0,54, que é próximo da média (mesmo ainda abaixo) no critério C1, então seu desempenho global passa a ser tal que A4 fica sendo a melhor alternativa no modelo de produto ponderado.

Esse efeito pode ser mais bem entendido, quando se observa que o modelo de produto ponderado corresponde ao modelo de soma ponderada, quando uma transformação de logaritmos é efetuada. Ou seja, com a seguinte transformação: $v'_i(a_j) = \log[v_i(a_j)]$. Nesse caso, tem-se:

$$v'(a) = \log\left[\prod_{i=1}^{n} [v_i(a)]^{wi}\right] = \sum_{i=1}^{n} w_i \log[v_i(a)]$$

Tratando-se de uma transformação não linear, sobre um modelo que pode ser visto como aditivo, o logaritmo produz um efeito significativo sobre valores extremos (mais distantes de valores médios).

Zanakis et al. (1998) destacam que esse procedimento de agregação tem suas atratividades, tendo a propriedade de ser invariante com a escala usada.

Uma variante do procedimento de produto ponderado corresponde ao processo de comparação par a par. Nesse caso, pode-se ter uma comparação entre duas alternativas 'a' e 'b', através de um coeficiente de mérito M(a,b), conforme mostrado abaixo.

$$M(a, b) = \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{[v_i(a)]}{[v_i(b)]} \right]$$

Se M(a,b) > 1, então aPb, para o caso de a função valor ser apresentada como ganho (no caso de ser na forma de perda, ter-se-ia a alternativa 'b' como a melhor).

Esse procedimento é sugerido em estudos de localização, quando a avaliação envolve um conjunto de alternativas discreto, com critérios em várias dimensões (diferentes unidades de medida) e não se deseja efetuar transformações de escala.

O Método REMBRANDT (*Ration Estimation in Magnitudes or deci-Bells to Rate Alternatives which are Non-DominaTed*) utiliza em parte o procedimento de agregação por produto ponderado (OLSON et al., 1995).

6.5 Métodos com programação matemática

Embora este texto seja voltado para modelos discretos, em relação ao conjunto de alternativas, a seguir é apresentada uma breve visão da formulação de métodos de Programação Matemática, com ênfase para Programação Linear MultiObjetivo (PLMO). Mais detalhes podem ser vistos em Climaco et al. (2003).

O problema consiste em encontrar o vetor $x \in R^m$, em uma problemática de escolha, que satisfaça as restrições representadas pelas funções lineares:

$$h_i(x) \leq 0, i = 1, 2, ..., p, \text{ incluindo } x \geq 0,$$

de forma que atenda a um conjunto de funções objetivo, que representam a família de n critérios: $g_1(x)$, $g_2(x)$, ..., $g_n(x)$.

Um importante aspecto a destacar é a apresentação do problema ao decisor, no espaço de consequências, ao invés de ser no espaço de ações. Ou seja, tem-se a imagem do conjunto de alternativas A, no espaço de critérios, que é o conjunto

dos pontos Z_A, sendo cada alternativa 'a' representada pelo ponto cujas coordenadas são $[g_1(a), g_2(a), ..., g_n(a)]$.

Alguns procedimentos para problemas de PLMO são baseados na avaliação de alternativas em função de sua distância ao ponto ideal. O ponto ideal é definido como aquele que tem as coordenadas: $[g_1^*, g_2^*, ..., g_n^*]$, onde:

$$g_j^* = \text{Max}_A [g_j(a)]$$

Outra interessante abordagem para PLMO é a de programação por metas (*Goal Programming*). Essa abordagem baseia-se na fixação de níveis de aspiração ou metas para cada critério. O procedimento procura minimizar o desvio em relação a essas metas.

Há vários outros procedimentos para o tratamento do problema de PLMO, envolvendo processos interativos com o decisor, conforme mostrado no item a seguir.

No que se refere à programação não linear, ainda há várias evoluções a serem desenvolvidas neste campo. Wallenius et al. (2008) comentam que nessa área ainda não há procedimentos para se resolver a maioria dos problemas multicritério de forma mais adequada. Algoritmos evolucionários (derivados de algoritmos genéticos) têm sido uma forma de estabelecer a busca de um conjunto de alternativas não dominadas que podem depois ser analisadas por outro procedimento. Uma observação apontada por Wallenius et al. (2008) é que esses algoritmos têm sido desenvolvidos por pesquisadores ligados à engenharia e à computação, que nem sempre conhecem princípios relacionados ao MCDA. Talvez por esse motivo os problemas sejam resolvidos de forma parcial sem apresentar uma solução final.

6.6 Métodos interativos

A principal abordagem incluída nesse conjunto trata dos métodos PLMO, acima mencionados, embora métodos discretos possam também utilizar essa abordagem.

Esses métodos envolvem processos interativos com o decisor, com uso de Sistemas de Apoio a Decisão, que são desenvolvidos em etapas alternadas de diálogo e cálculo. A partir de escolha do decisor a questões que são apresentadas, o modelo pode efetuar uma redução no espaço de alternativas (em PLMO, reduzindo $x \in R^m$) e seguir para a etapa seguinte de interação com o decisor. Na

resposta a essas questões, o decisor fornece mais informações sobre sua estrutura de preferências.

Esses processos interativos são baseados em duas concepções principais: uma orientada à busca e outra orientada à aprendizagem. Cronologicamente, se observa uma mudança da primeira para a segunda concepção.

6.7 Métodos ordinais

Em alguns problemas, a avaliação intracritério das alternativas só pode ser obtida a partir de uma escala ordinal. Podem ocorrer várias situações reais que se baseiam apenas nesse tipo de informação. Nesses casos, não é possível a utilização de uma abordagem baseada em métodos de agregação por meio de critério único de síntese, tal qual MAUT ou métodos com função valor aditiva, por exemplo. Nesses casos, a avaliação intercritério deve ser efetuada com base nas limitações oferecidas pela escala ordinal, obtida na avaliação intracritério.

Nesses casos, um método de sobreclassificação pode ser adequado, além do conjunto de métodos ordinais. Os métodos ordinais têm uma relação muito próxima com os métodos que usam a abordagem de sobreclassificação. Ambos têm características não compensatórias, embora haja exceções.

Embora úteis nesse tipo de situação, os métodos ordinais têm várias limitações, motivo pelo qual não desmotivaram o desenvolvimento de métodos de agregação baseados em informações intracritério com escalas cardinais. A seguir são apresentados, para referência, alguns dos principais métodos existentes na literatura.

6.7.1 Método lexicográfico

O método lexicográfico é muitas vezes comparado ao processo de busca de palavras no dicionário, onde a primeira letra da palavra procurada tem o papel do primeiro critério, a segunda letra tem o papel do segundo critério, e assim por diante.

No método lexicográfico o seguinte procedimento é adotado:

- O decisor ordena os critérios por ordem de importância.
- As alternativas são ordenadas em função de seu valor (que pode estar numa escala ordinal) para o critério mais importante.

- Em seguida, para os subconjuntos de alternativas onde houver empates, as alternativas são ordenadas em função de seu valor para o segundo critério.
- Repete-se a etapa anterior, considerando o terceiro critério e assim por diante, até que não haja mais empates.

Esse método é ordinal e não compensatório, uma vez que os valores das alternativas para cada critério não são considerados, sendo consideradas apenas a ordem do desempenho das alternativas e a importância dos critérios.

6.7.2 Método de Borda

Esse método foi proposto por Jean-Charles de Borda em 1781, como um procedimento para agregar o julgamento de vários membros de um júri (BORDA, 1781; NURMI, 1983). A ideia básica é adaptada para decisão multicritério, considerando cada critério como um dos membros do júri. Há algumas variantes para esse método. A seguir apresenta-se a mais simples dessas variantes.

Trata-se de um método de posição ponderada, que tem uma estrutura axiomática (NURMI, 1983). O método consiste em ordenar todas as alternativas para cada critério, atribuindo k_1 pontos para a primeira, k_2 pontos para a segunda, e assim por diante. Considerando m alternativas no conjunto A, tem-se k_j, que é denominado o coeficiente de Borda, de forma que $k_1 > k_2 > k_3 > \ldots > k_m \geq 0$.

A agregação consiste na soma dos pontos que cada alternativa obtém para cada critério. Então a primeira alternativa do *ranking*, chamada "vencedor de Borda", é aquela com maior número de pontos, e assim por diante, até a última alternativa, com menor número de pontos.

Inicialmente as alternativas são ordenadas para cada critério i, conforme uma pré-ordem completa. A alternativa j recebe o *ranking* $r_i(a_j)$ em função do critério i. Assim, $r_i(a_j)$ será a função associando k_j com a_j. Então tem-se: $r_i(a_1) = k_1$, $r_i(a_2) = k_2$, $r_i(a_3) = k_3$, $r_i(a_4) = k_4$ etc.

Para a determinação do coeficiente de Borda, pode-se adotar a seguinte parametrização: considerar a pior alternativa $k_m = a$, e, para a alternativa seguinte (segunda pior), o valor a + b, para a seguinte (terceira pior), o valor a + 2b, e assim por diante. Geralmente a = 0 e b = 1.

Para efetuar a agregação dos critérios tem-se a função $b(a_j)$, obtida conforme segue:

$$b(a_j) = \sum_{i=1}^{n} r_i(a_j)$$

Para contextualizar o uso desse método, tem-se a seguir um exemplo para quatro alternativas e três critérios. Suponha que as alternativas tenham a seguinte ordem de preferência (representada pela relação de preferência P) para cada critério:

- Critério 1: A1 P A2 P A3 P A4
- Critério 2: A1 P A2 P A4 P A3
- Critério 3: A2 P A3 P A4 P A1

Tabela 6.9 – Matriz de decisão – método Borda 1

	C1	C2	C3	$b(a_j)$
A1	4	4	1	9
A2	3	3	4	10
A3	2	1	3	6
A4	1	2	2	5

Considerando-se para o coeficiente de Borda a = 1 e b = 1, obtém-se então a seguinte pré-ordem: A2 P A1 P A3 P A4, conforme na Tabela 6.9.

Um dos problemas desse método é de dependência das alternativas irrelevantes, questão primeiramente levantada por Arrow (1950). Pode surgir então um problema de reversão das alternativas, caso seja retirada ou acrescentada alguma alternativa ao conjunto.

Em algumas competições esportivas, esse procedimento é utilizado, permitindo a possibilidade de combinação entre competidores (POLMEROL; BARBA-ROMERO, 2000). Para ilustrar essa situação, apresenta-se o seguinte exemplo relacionado a esportes, em que 5 competidores desenvolvem 3 etapas (critérios) de competição:

- Critério 1: A1 P A2 P A3 P A4 P A5.
- Critério 2: A1 P A2 P A3 P A5 P A4.
- Critério 3: A3 P A4 P A5 P A1 P A2.

Tem-se na Tabela 6.10 a avaliação dos competidores, a partir dos resultados com a ordenação acima.

Tabela 6.10 – Matriz de decisão – método Borda 2

	C1	C2	C3	$b(a_j)$
A1	5	5	2	12
A2	4	4	1	9
A3	3	3	5	11
A4	2	1	4	7
A5	1	2	3	6

Considerando-se para o coeficiente de Borda, a = 1 e b =1, obtém-se então a seguinte pré-ordem: A1 P A3 P A2 P A4 P A5.

Suponha, agora, que o competidor A2 foi desqualificado devido a problemas de *doping*. Então uma nova agregação deverá ser efetuada, conforme segue na Tabela 6.11.

Tabela 6.11 – Matriz de decisão – método Borda 3

	C1	C2	C3	$b(a_j)$
A1	4	4	1	9
A3	3	3	4	10
A4	2	1	3	6
A5	1	2	2	5

Agora, tem-se o seguinte resultado: A3 P A1 P A4 P A5. Ou seja, a retirada da alternativa A2 provocou uma mudança na ordem entre a primeira (A1, que passa a ser a segunda) e a segunda alternativa (A3, que passa a ser a primeira).

6.7.3 Método de Condorcet

Esse método foi proposto pelo Marquês de Condorcet (CONDORCET, 1785; NURMI, 1983), que foi contemporâneo de Borda, e teve sua motivação num contexto de agregação de votos em um júri. Igualmente ao método de Borda, esse método é adaptado para problemas multicritério.

O procedimento consiste numa avaliação baseada em comparação par a par. Na comparação entre duas alternativas, A e B, a alternativa vencedora será

aquela que obtiver vantagem sobre a outra num maior número de critérios. Caso duas alternativas tenham o mesmo número de critérios lhes favorecendo, então ter-se-ia uma indiferença I. A alternativa que tiver o melhor desempenho entre todos é chamada de "vencedora de Condorcet".

Considere-se o exemplo da Tabela 6.12, onde cada alternativa é avaliada através de valores ordinais.

Tabela 6.12 – Matriz de decisão – método Condorcet 1

	C1	**C2**	**C3**
A1	15	16	03
A2	11	13	17
A3	08	04	12
A4	02	10	09

A seguir é apresentada a comparação par a par entre as alternativas. Apresenta-se para cada linha na Tabela 6.13 a relação de preferência com a alternativa na coluna. Por exemplo, A1 P A2, pois A1 é melhor do que A2 para os critérios C1 e C2.

Tabela 6.13 – Matriz de decisão – método Condorcet 2

	A1	**A2**	**A3**	**A4**
A1	----------	P	P	P
A2		----------	P	P
A3			----------	P
A4				----------

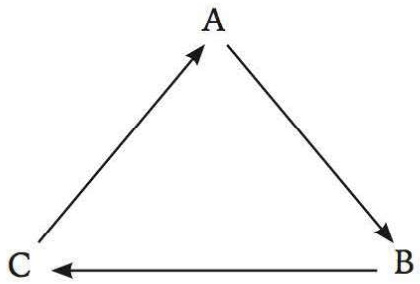
Esse resultado pode ser sumarizado como A1 P A2 P A3 P A4. Tem-se então que a alternativa "vencedora de Condorcet" é A1.

No exemplo acima, observa-se que há transitividade na relação de preferência P. No entanto, esse é um dos problemas do método. Nem sempre a propriedade de transitividade pode ser atendida, o que é chamado de paradoxo de Condorcet.

Esse paradoxo pode ocorrer numa comparação entre três alternativas A, B e C, ocasionando um circuito da forma a seguir, ilustrado no grafo seguinte da Figura 6.1.

A P B; B P C; C P A

Figura 6.1 – Paradoxo de Condorcet



Por outro lado, o método de Condorcet satisfaz o axioma de independência das alternativas irrelevantes de Arrow (1950).

Uma característica do método de Condorcet é que trata de um procedimento não compensatório. Observa-se facilmente que a posição final das alternativas não considera, para cada critério, a posição ou valor, mesmo que numa escala ordinal. A única informação considerada é qual alternativa tem melhor desempenho em cada critério, sem levar em conta o quanto.

6.8 Método de sobreclassificação TATIC

O método TATIC (*Traitement des Actions Compte Tenu de l'Importance des Critères*) é um método que tem similaridade com o ELECTRE I, sendo que resulta em uma relação de preferência global, ao invés de na escolha de um subconjunto (FIGUEIRA et al., 2005).

Duas relações de preferência são consideradas:

- $aP_ib \Leftrightarrow g_i(a) - g_i(b) > p_i$;
- $aT_ib \Leftrightarrow g_i(a) - g_i(b) > t_i$.

onde:

- O parâmetro p_i corresponde a um limiar de preferência para o critério i, para a relação de preferência P_i, no critério i, sendo que $p_i \geq 0$.
- O parâmetro q_i corresponde a um limiar que expressa a visão do decisor de que 'a' é muito melhor do 'b' (relação T_i para o critério i), sendo, portanto, $q_i > t_i$.

A relação de sobreclassificação é construída com base nas duas relações acima:

$$aSb \Leftrightarrow \sum_{i:aP_ib} w_i > \alpha \sum_{i:bP_ia} w_i, \text{ não existe relação } bT_ia, \forall_i,$$

onde:

- O parâmetro w_i é o peso do critério i;
- O nível de concordância α é um limiar relacionado à coalizão entre os critérios que favorecem 'a' em comparação aos que favorecem 'b'; $0 < \alpha \leq 1$; pode-se associar o papel desse parâmetro com o índice de concordância no método ELECTRE I.

Isso significa que 'a' sobreclassifica 'b', se duas condições forem satisfeitas. Primeira, a soma dos pesos w_i nos critérios para os quais 'a' é preferível a 'b' (relação P) é maior do que a soma dos pesos w_i nos critérios para os quais 'b' é preferível a 'a'. Segunda: para nenhum critério i a alternativa 'b' é muito superior à alternativa 'a'; isto é, não existe a relação bT_ia.

Com base na relação de sobreclassificação é desenvolvida a exploração dessa relação com vistas à solução do problema de decisão, de forma similar à mostrada para o método ELECTRE.

7

Resolução de um problema de decisão

Este capítulo apresenta uma abordagem para o processo de construção de um modelo de decisão para dar suporte a uma situação prática de tomada de decisão. O procedimento para resolução de problemas de decisão inclui a escolha do método mais apropriado para abordar o problema de decisão, em função de suas características fundamentais.

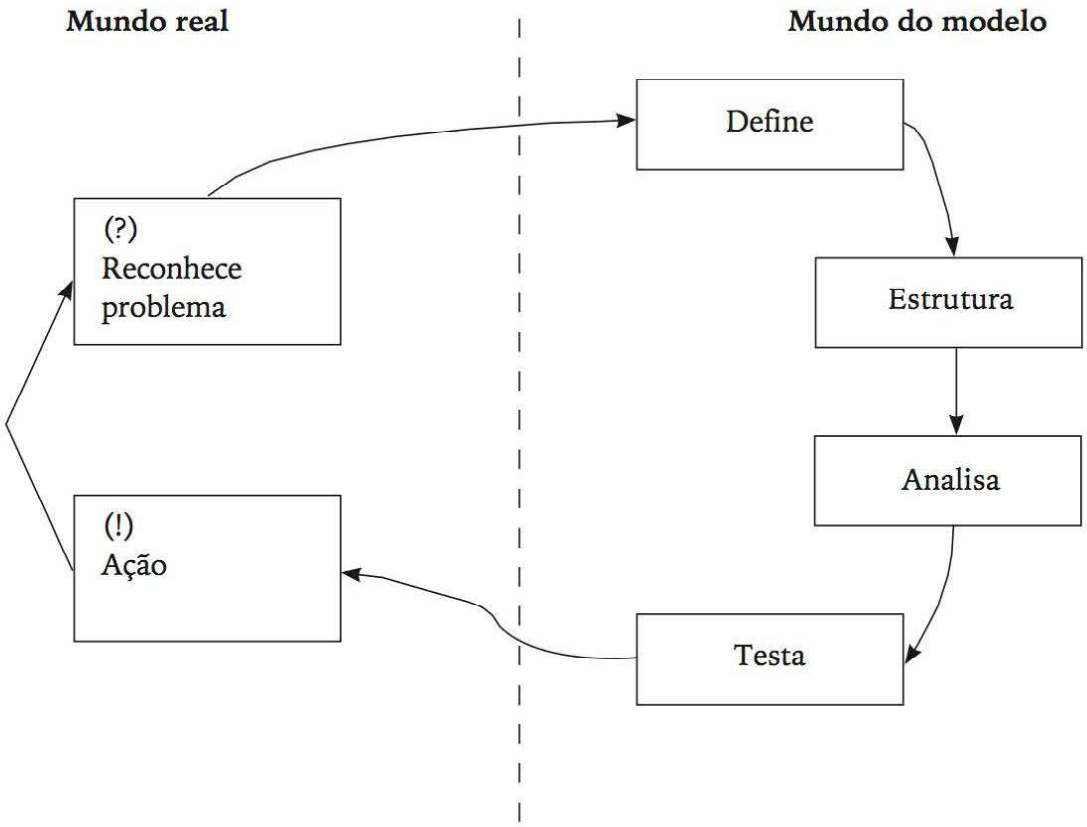
Dessa forma, este capítulo apresenta a integração dos demais capítulos do livro e o desfecho necessário para o processo decisório. Várias etapas são descritas e integradas para a condução do processo de tomada de decisão em uma organização.

7.1 Aspectos preliminares para resolução de problemas de decisão

Já foram apresentadas (Capítulo 2) algumas linhas gerais sobre modelos e seu processo de construção. Há algumas visões na literatura para a construção de modelos no contexto de decisão multicritério, que são brevemente mencionadas. Outros aspectos preliminares são considerados, antes da exposição de um procedimento no contexto de decisão multicritério.

A Figura 7.1 ilustra uma visão interessante sobre o processo de construção de modelos, destacando a relação entre o mundo real e o mundo do modelo (KEISLER; NOONAN, 2012).

Figura 7.1 – Ligação entre o mundo real e o do modelo



Fonte: Adaptada de Keisler e Noonan (2012).

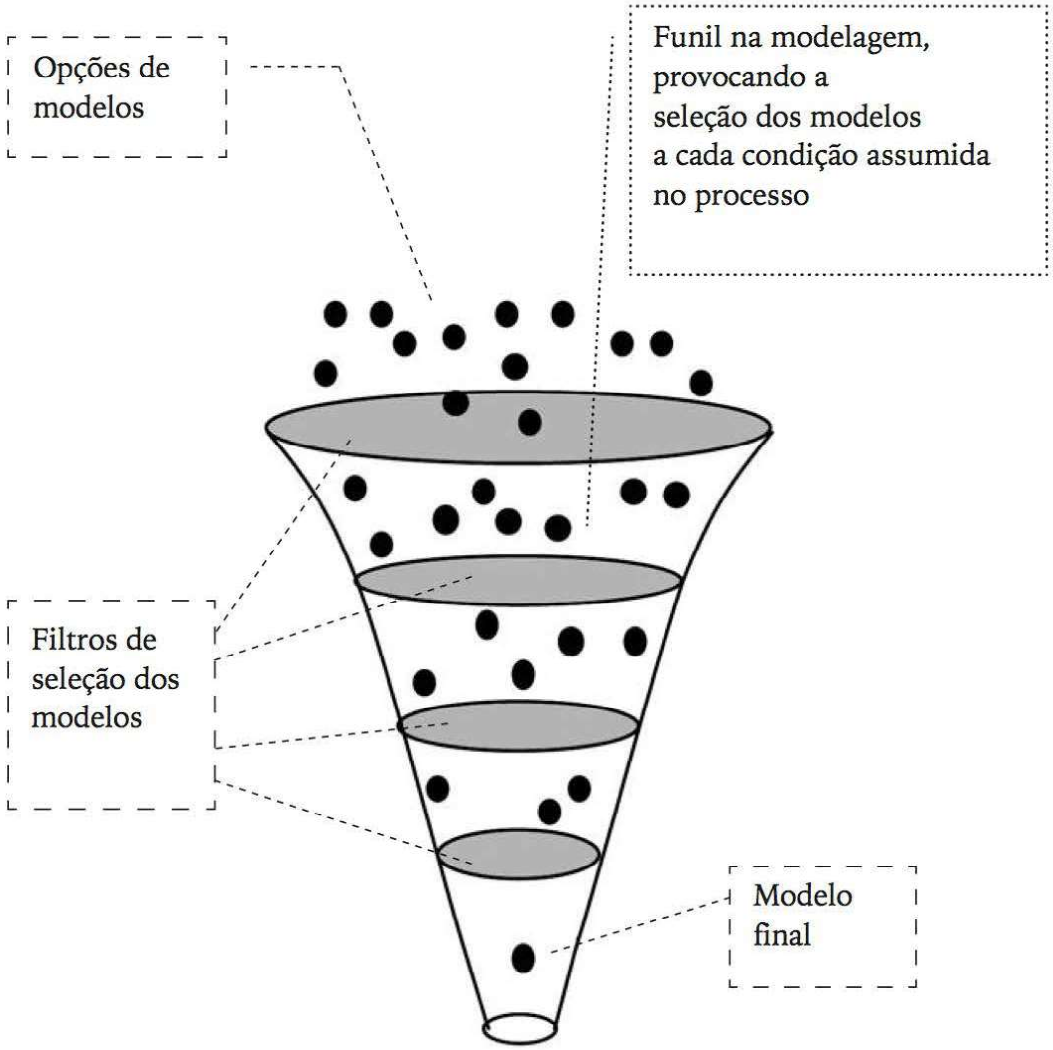
Conforme mostra a Figura 7.1, no mundo real, a partir do reconhecimento de que há um problema de decisão (?), se desencadeia o processo de construção do modelo, que concluirá por apontar uma ação (!) a ser implementada no mundo real, e que se espera atenda às expectativas do problema.

Essa ilustração da Figura 7.1 pode ser comparada ao modelo de processo decisório de Simon na Figura 1.2, onde os estágios de desenho e escolha estão no mundo do modelo e o estágio de implementação está no mundo real, representado embaixo à esquerda na Figura 7.1. Deve-se destacar que o módulo de reconhecimento de que há um problema de decisão (?) não se caracteriza da forma como Simon concebeu o estágio de inteligência.

Para o desenvolvimento da modelagem de um problema deve-se observar que há muitas possibilidades que levam a diversos modelos aplicáveis. Essas possibilidades estão associadas a diferentes hipóteses ou formas distintas de se estabelecerem os diversos ingredientes do problema, tais como: a forma do espaço de ações, a escolha dos atributos etc. A Figura 7.2 ilustra esse processo de mode-

lagem, considerando um funil por onde passam todos os possíveis modelos para o problema de decisão.

Figura 7.2 – Funil na obtenção do modelo



Fonte: Adaptada de Slack et al. (1995).

Observa-se um filtro, que elimina algumas possibilidades de modelos, a cada decisão tomada pelo analista. Essas decisões consistem numa abordagem escolhida numa etapa qualquer do processo, ou em hipóteses assumidas em relação ao problema em estudo, ou outros fatores em relação à decisão analisada. Na passagem por cada filtro, há um número menor de possíveis formas de representar o problema, ou seja, os modelos, que são representados pelas esferas pretas. Alguns modelos podem nem ser percebidos pelo analista, que os elimina a partir das definições e hipóteses que vai estabelecendo ao longo do processo.

Há alguns procedimentos apresentados na literatura para a construção de um modelo de decisão multicritério. A seguir, uma breve visão de algumas dessas propostas.

Roy (1996) apresenta fases para o processo decisório, cuja ideia geral pode ser retratada, conforme segue: (a) estabelecer o objeto da decisão e forma de recomendação; (b) análise de consequências e desenvolvimento de critérios; (c) modelagem de preferência global com a agregação operacional das *performances*; (d) investigação e recomendação da recomendação.

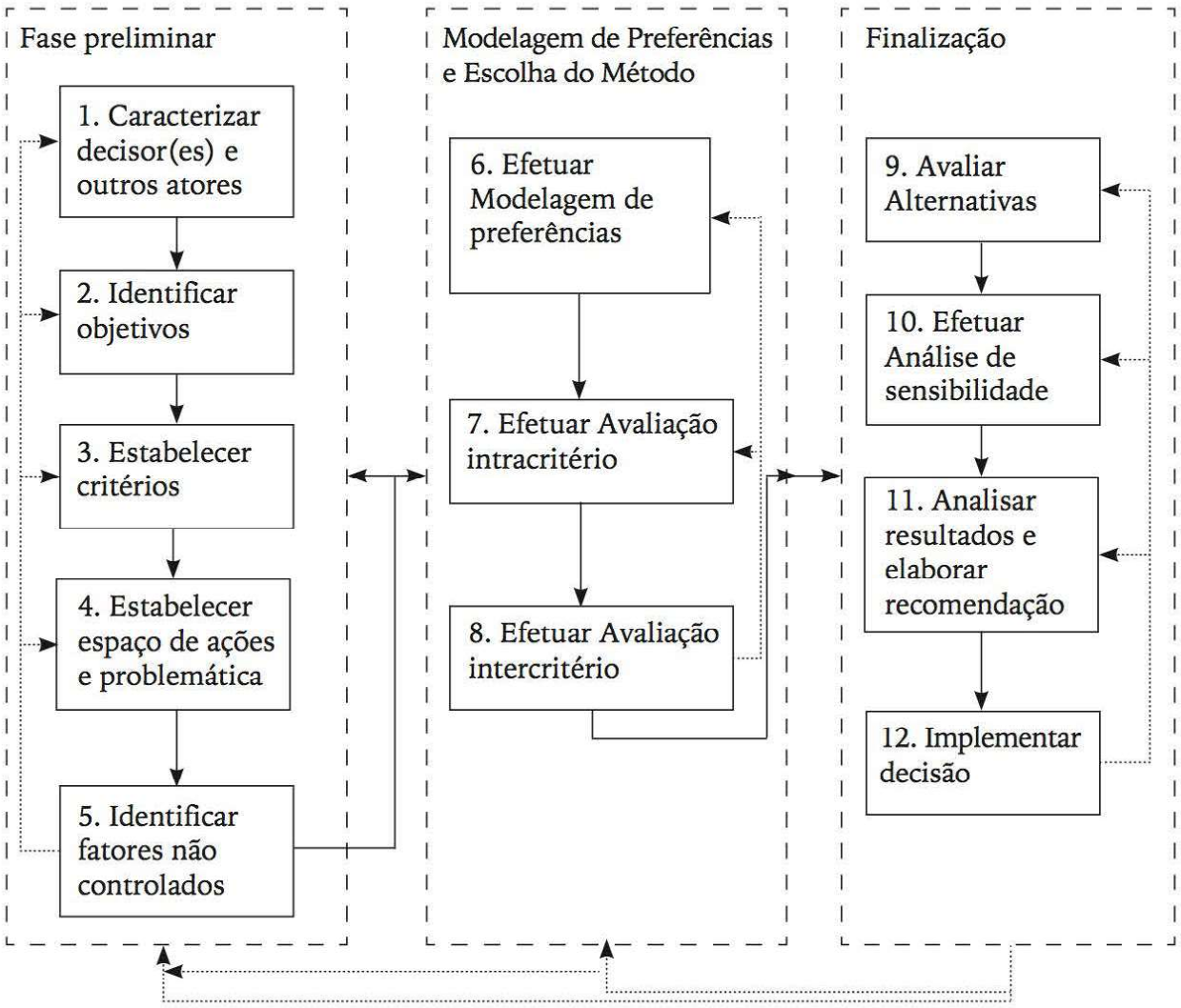
Polmerol e Barba-Romero (2000) propõem algumas etapas para o processo de decisão multicritério: (a) exposição informal do problema; (b) entendimento, aceitação do contexto e acordo sobre um termo de referência; (c) modelagem de alternativas e critérios; (d) discussão e aceitação do modelo; refinamentos; matriz para avaliação das alternativas por critérios; (e) discussão sobre a escolha do método; obtenção de informação do decisor sobre pesos, taxa de compensação etc.; (f) aplicação do método; (g) recomendação e explanação do resultado com análise de sensibilidade. Destacam que embora essa proposta tenha uma visão de sequência linear de suas etapas, estas podem ser revistas de forma recursiva.

Belton e Stewart (2002) também apresentam uma visão para o processo de decisão multicritério com as seguintes etapas: (a) identificação do problema; (b) estruturação do problema; (c) construção do modelo; (d) uso do modelo para informar e desafiar o pensamento; (e) desenvolvimento de um plano de ação.

7.2 Um procedimento para construção de um modelo de decisão multicritério

O procedimento para construção do modelo de apoio a decisão é mostrado na Figura 7.3 e consiste de três fases principais, que são divididas cada uma em várias etapas, seguindo a sequência indicada pelas setas. Aplica-se a essas fases e etapas a abordagem de refinamentos sucessivos, que envolve recursividade, já discutida no Capítulo 2, e representada pelas conexões pontilhadas na Figura 7.3.

Figura 7.3 – Procedimento para resolução de um problema de decisão



A primeira fase inclui cinco etapas preliminares, nas quais elementos básicos para a formulação do problema de decisão são estruturados. Esses elementos podem influenciar de modo definitivo o modelo final que se vai construir para analisar o problema, conforme ilustração na Figura 7.2, em relação ao número elevado de opções de modelos de decisão para um problema específico.

Na segunda fase são estruturados os fatores que provavelmente têm mais influência sobre a escolha do método de decisão multicritério. Nessa fase, as etapas relativas à modelagem de preferências são desenvolvidas. As etapas dessa fase devem ter um sequenciamento mais flexível do que em outros casos, embora a flexibilidade e o uso da abordagem de refinamentos sucessivos devem ser sempre explorados, sempre que possível. Ao final dessa segunda fase o método de decisão é escolhido e o modelo de decisão é construído, estando pronto para

ser utilizado, embora revisões sejam possíveis, visto que por meio da abordagem de refinamento sucessivos pode-se retornar da fase três e revisar algumas etapas nesta segunda fase.

Na terceira fase o modelo já está consolidado, tendo-se chegado ao final do funil ilustrado na Figura 7.2. Nessa fase são desenvolvidas as etapas finais para a resolução do problema e implementação da ação recomendada. No entanto, deve-se relembrar que nessa fase ainda se pode retornar às fases anteriores e efetuar modificações ou revisões no modelo de decisão. Isso pode ocorrer por várias razões na abordagem de refinamento, mas em especial devido à etapa de análise de sensibilidade, quando for observado que o modelo construído apresenta-se muito sensível em relação a algum fator em particular (algum parâmetro ou hipótese considerada na construção do modelo).

A primeira e segunda fases correspondem ao estágio de desenho do processo decisório, conforme sugerido por Simon na Figura 1.2. Já a terceira fase está relacionada à etapa de escolha do modelo de Simon, mostrado na Figura 1.2, incluindo estágio final que não foi originalmente proposto por Simon.

A seguir são apresentados mais detalhes sobre cada etapa desse processo de construção de modelos e resolução de um problema de decisão multicritério.

7.2.1 Etapa 1 – Caracterizar decisor(es) e outros atores

Nessa etapa caracteriza-se quem é o decisor de forma clara. Deve-se esclarecer se seu envolvimento será direto ou indireto. Conforme já explanado sobre atores no processo decisório, em muitas situações, o decisor indica alguém que participará em seu lugar, que é referido na literatura como cliente.

Os outros atores que estarão envolvidos no processo decisório na organização, conforme a Figura 1.1, também serão caracterizados de forma detalhada, procurando identificar o papel exercido por cada um.

Deve-se estabelecer se o problema envolve uma decisão individual ou em grupo. A ênfase deste texto é para decisão individual (apenas um decisor), podendo ser adaptada para decisão em grupo (envolvimento de pelo menos dois decisores). Mais detalhes sobre decisão em grupo pode-se encontrar em Almeida et al. (2012).

Em muitas situações o processo decisório é conduzido através do envolvimento de vários atores, mesmo numa situação de decisão individual. Nesses casos, é comum o uso de métodos de estruturação de problemas (PSM) para desenvolver o processo de integração entre os diversos atores. PSM podem ser aplicados nas etapas seguintes por meio de reuniões estruturadas para discus-

são de cada um dos fatores, envolvendo os atores num processo de sinergia para aumentar o entendimento do problema. Uma característica desses métodos é contar com o suporte de facilitadores que ajudam os membros do grupo (FRANCO et al., 2004).

Pode-se questionar a explicitação dessa etapa de caracterização dos decisores, visto que em decisão multicritério a presença de um decisor é um condicionante. No entanto, vale ressaltar a necessidade de caracterizar todos os atores no processo decisório para que as características do contexto de decisão sejam atendidas.

7.2.2 Etapa 2 – Identificar objetivos

A identificação dos objetivos terá uma influência inicial significativa no modelo final, tendo em vista que, nessa etapa, o processo decisório se encontra nos filtros iniciais esboçados na Figura 7.2. Métodos PSM podem ser muito úteis nessa etapa. De fato, o uso desse tipo de método pode ter um impacto considerável na qualidade do processo decisório.

PSM pode usar métodos gráficos para apoiar o processo de decisão (ROSENHEAD; MINGERS, 2004). Dentre os vários métodos propostos nessa linha, há em especial: *Soft Systems Methodology* (SSM), *Strategic Choice Approach* (SCA) e *Strategic Options Development and Analysis* (SODA).

Dentre os métodos PSM pode-se incluir a abordagem VFT proposta por Keeney (1992). Esta apresenta uma visão para o processo de estruturação de objetivos e construção de valores, até a criação de alternativas.

A aplicação de VFT permite uma clara estruturação para os objetivos. Em VFT se considera um objetivo como uma posição que alguém deseja atingir e é caracterizado por três fatores: contexto de decisão, um objeto e uma direção de preferência.

Além dos objetivos estratégicos do decisor, existem dois tipos de objetivo (KEENEY, 1992), ambos dependentes do contexto, e que são importantes de distinguir:

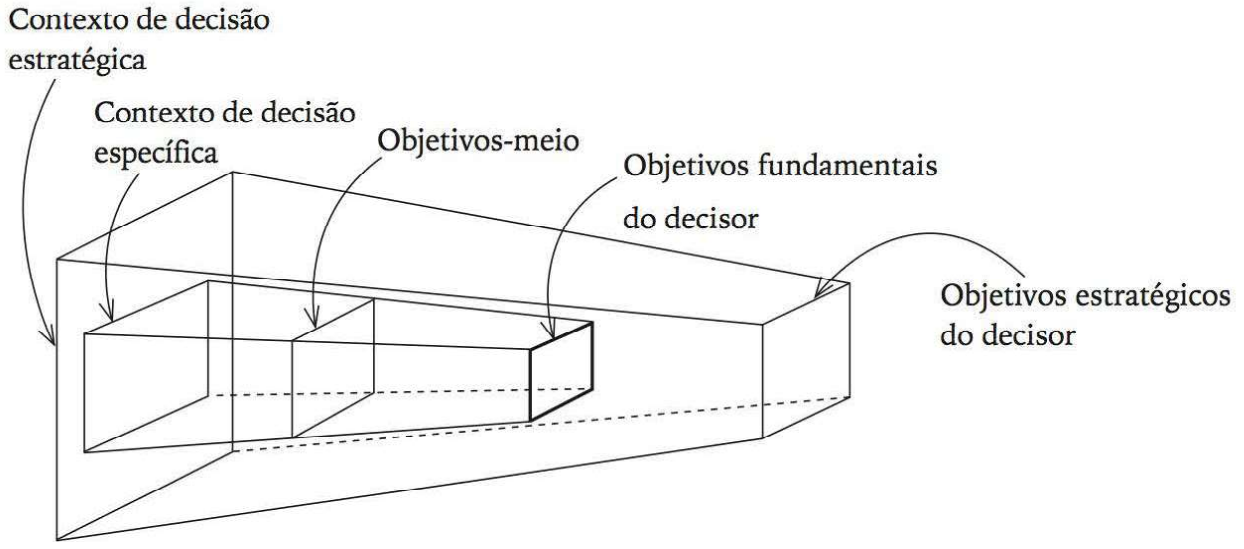
- os objetivos fundamentais, que são a razão essencial de interesse na situação de decisão; e
- os objetivos-meio, que têm importância devido a sua implicação no grau em que outros objetivos (mais fundamentais) podem ser atingidos.

A interação entre esses objetivos é mostrada na Figura 7.4. Os objetivos-meio podem ser muito úteis no desenvolvimento de um modelo para analisar proble-

mas de decisão e criar alternativas, mas são os fundamentais que são essenciais para guiar os esforços em situações de decisão e avaliação de alternativas.

O contexto de decisão é especificado pela atividade contemplada. O contexto de decisão e os objetivos fundamentais que estruturam uma situação de decisão devem ser compatíveis. Deve-se observar que os objetivos fundamentais correspondem aos objetivos-fim, em oposição aos objetivos-meio, de um determinado contexto de decisão. Por exemplo, um aluguel mais baixo pode parecer ser um objetivo importante, mas pode ser considerado importante apenas porque permitiria a um decisor melhorar seu padrão de vida, no exercício das atividades que representam os interesses fundamentais. Assim, um aluguel mais baixo poderia ser visto como um objetivo-meio e aumentar o padrão de vida como um objetivo fundamental.

Figura 7.4 – Estruturação dos objetivos em VFT



Fonte: Adaptada de Keeney (1992).

Os valores dos decisores são explicitados nos objetivos. O conjunto de objetivos determinado por uma estrutura de decisão (*decision frame*) é crítico. Tais objetivos são as bases de interesse em qualquer decisão. Qualitativamente, esses objetivos condicionam tudo que é de interesse na decisão. Servem de guia para qualquer abordagem quantitativa que possa ser realizada. Se o conjunto de objetivos não é adequado para um contexto de decisão (incompleto ou vago), o poder de *insights* para a decisão é reduzido. Se os objetivos são vagos ou incompletos, então alternativas podem não ser reconhecidas e a comunicação de prós e contras das alternativas será prejudicada.

O processo de identificação dos objetivos requer criatividade e um pensamento árduo sobre uma situação de decisão e pode ser conduzido por um facilitador, que pode orientar o processo de identificação dos objetivos. Conforme Keeney (1992), inicia-se um processo interativo perguntando: "O que você deseja alcançar nessa situação?" A resposta provê uma lista de objetivos potenciais e a base para mais interrogações. Uma lista de componentes para identificação de objetivos é proposta: lista dos desejos; alternativas; problemas; consequências; metas, restrições e linhas de ação; perspectivas diferentes; objetivos estratégicos; objetivos genéricos; estruturação de objetivos; quantificação de objetivos.

7.2.3 Etapa 3 – Estabelecer critérios

Nessa etapa, para cada objetivo estabelecido na etapa anterior, serão construídos critérios ou atributos que os representem no processo de modelagem quantitativa. Keeney (1992) destaca que os atributos referem-se ao grau em que os objetivos são atingidos. Dessa forma, para cada objetivo previamente estabelecido, deve-se ter uma variável que possa medir o grau de desempenho que se pode obter nesse objetivo. Outras expressões usadas para atributos ou critérios são "medida de eficiência" e "medida de *performance*".

Uma família coerente de critérios deve ser estabelecida, e para tal deve atender a três propriedades, conforme Roy (1996). Essas propriedades são: (a) não redundância; (b) exaustividade: todos os critérios devem estar presentes, no sentido de representar todos os objetivos do problema; (c) consistência: as preferências do decisor em relação a cada critério devem ser coerentes com a avaliação global.

Keeney (1992) apresenta uma visão sólida para a determinação e construção de atributos. Os tipos de atributo são: atributos naturais, atributos construídos e atributos *proxy*.

Os atributos naturais têm uma interpretação comum para todos os atores, por exemplo: custo. Considere-se outro exemplo: o objetivo de minimizar a perda de vidas. Possíveis atributos são: número anual de fatalidades e total de anos de vida perdidos esperado. O segundo atributo mostra que nem sempre é possível evitar um julgamento de valor sobre a importância relativa de morte para diferentes indivíduos. Qualquer esquema que indique a importância relativa da morte em diferentes idades é um possível atributo. O que determinará a adequação do atributo (e do julgamento de valor) será o contexto de decisão. Mesmo podendo ser óbvia a seleção desse tipo de atributo, ainda assim envolve julgamentos de valor.

Os atributos construídos são usados quando é difícil, senão impossível, trabalhar com atributos naturais. Por exemplo, o objetivo que envolve melhorar a imagem da empresa pode requerer esse tipo de atributo. Diferentemente dos atributos naturais, que podem ser usados em inúmeros contextos de decisão, os construídos são adequados apenas a um dado contexto de decisão.

Esses atributos requerem a construção de escalas de avaliação qualitativas. São também chamados de índice subjetivo ou escala subjetiva. Keeney (1992) sugere a elaboração de uma tabela que descreva claramente o significado de cada nível da escala, conforme mostrado no exemplo da Tabela 7.1. Geralmente envolvem a descrição de vários níveis de impacto distintos que indicam diretamente o grau com que o objetivo associado é atingido.

Tabela 7.1 – Exemplo de atributo construído

Nível do atributo	**Descrição do nível do atributo**
2	Fortemente apoiado: todos os grupos sociais apoiam a implantação da fábrica.
1	Apoio: nenhum grupo tem oposição e um ou mais grupos apoiam a implantação da fábrica.
0	Neutro: todos os grupos são indiferentes.
– 1	Contrário: um ou mais grupos faz oposição à implantação da fábrica.
– 2	Fortemente contrário: todos os grupos fazem oposição à implantação da fábrica.

Os atributos construídos podem ser desenvolvidos como índices que permitem medir um conjunto de fatores relacionados ao objetivo. Com o decorrer do tempo e uso, alguns desses atributos tendem a tomar as características de atributos naturais. Exemplos: crescimento PIB, Escala Richter, Índice Dow Jones. Estes podem ter uma certa interpretação por um grande número de atores.

Não é incomum deparar com a necessidade de se utilizarem atributos construídos na construção de modelos de decisão multicritério. Mais detalhes sobre o processo para elaboração desse tipo de atributo podem ser vistos em Keeney (1992).

Os atributos *proxy* são usados quando não se podem utilizar os dois anteriores. Esse tipo de atributo consiste em uma medida indireta que pode ser associada ao objetivo que se deseja medir. Muitas vezes o atributo *proxy* de um objetivo

fundamental é um atributo natural de um dos objetivos-meio que compõem o objetivo fundamental.

Keeney (1992) fornece um exemplo interessante para esse tipo de atributo. Considere a decisão sobre o controle dos efeitos do dióxido de enxofre em uma cidade. Um objetivo fundamental é minimizar os danos às estátuas de pedra em um espaço histórico, causados pela chuva ácida (água com dióxido de enxofre). Observe que é difícil encontrar um atributo natural ou construído de forma direta para identificar a desconfiguração das pedras das estátuas. Nesse caso, é construída uma escala de medida indireta, ou seja, um atributo Proxy. Aqui pode ser apropriado medir a concentração de dióxido de enxofre em partes por milhão nas proximidades das estátuas.

7.2.3.1 Propriedades para os critérios ou atributos

Algumas propriedades são propostas para os atributos: mensurabilidade, operacionalidade, compreensibilidade (KEENEY, 1992).

Um atributo mensurável define o objetivo associado em mais detalhes do que os fornecidos pelo próprio objetivo. Para tanto, o atributo deve abranger julgamentos de valor implícitos que são apropriados e evitar os inapropriados. Problemas de mensurabilidade podem ocorrer com objetivos construídos e *proxy*. Por exemplo: o PIB pode ser adequado a um contexto de decisão macroeconômica, porém se o atributo deve considerar fatores como o poder individual de compra ou sua distribuição, este não servirá para medir o objetivo.

Um atributo é operacional se ele for aceitável para dois propósitos:

- descrever as possíveis consequências em relação ao objetivo associado;
- fornecer uma base comum para o julgamento de valor, quanto à desejabilidade dos vários graus nos quais o objetivo pode ser atingido.

Este segundo propósito está associado à avaliação intracritério. Este é um ponto importante que pode justificar uma interconexão entre esta etapa e a etapa 7 de avaliação intracritério, por meio do processo de refinamento sucessivo.

Ainda em relação à operacionalidade, as consequências para uma alternativa em relação a um dado objetivo devem ser descritas por um único nível do atributo associado a esse objetivo. Deve ser possível expressar preferências relativas por níveis diferentes de um objetivo indicados pelos níveis do atributo. Atributos são mais operacionais se avaliações quanto a possíveis consequências e valores puderem ser feitas individualmente para cada atributo ao invés de em conjunto para um grupo de atributos.

Compreensibilidade significa que não pode haver ambiguidade na descrição de consequências em termos dos atributos e na interpretação das consequências descritas pelos atributos. Implica que não deve haver perda de informação quando uma pessoa atribui um nível do atributo para descrever uma consequência e outra pessoa interpreta esse nível do atributo.

Como se pode ver, essa etapa de estabelecimento de critérios ou seleção de tributos é diretamente importante para várias outras etapas, sendo essencial para quantificar um modelo de valor para avaliar alternativas, com destaque para a avaliação intracritério.

É importante reconhecer que o estabelecimento de um critério ou a seleção de um atributo para um dado objetivo é um problema de decisão diante do analista, que vai ter implicações, conforme ilustrado na Figura 7.1.

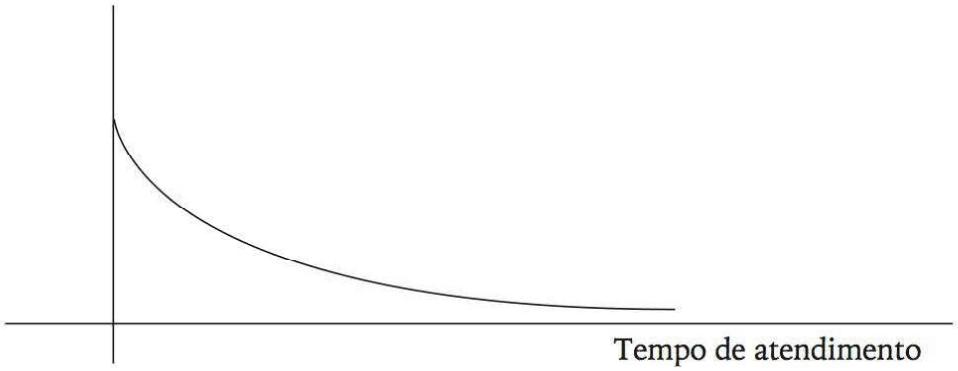
7.2.3.2 Critérios probabilísticos

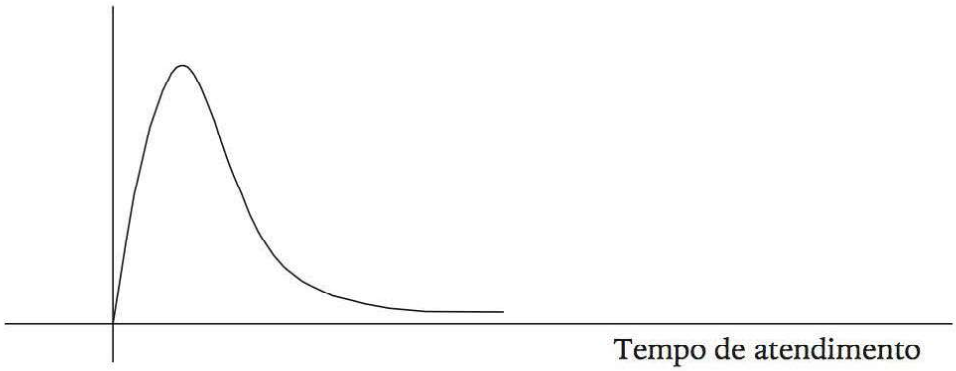
Em relação a esses critérios é necessário avaliar também o comportamento das consequências em relação à incerteza. Suponha que o decisor tem que avaliar o valor do prazo de realização ou de entrega de um dado serviço.

Neste caso, tem-se uma variável aleatória. Não se trata apenas de quantificar o valor e efetuar a comparação entre 2 e 3 horas, por exemplo, sem energia elétrica, ou esperando um atendimento de emergência, ou uma ambulância etc.

Essa avaliação pode envolver a comparação e atribuição de valor entre diferentes distribuições de probabilidade sobre o tempo. A Figura 7.5 mostra duas possibilidades típicas de comportamento desse tipo de critério, com a função densidade de probabilidade para o tempo de atendimento.

Figura 7.5 – Critério probabilístico





Neste caso, o uso da abordagem com teoria da utilidade permite efetuar a modelagem de preferências para esse tipo de critério de forma relativamente facilitada para o decisor, tendo em vista que vários resultados da estrutura axiomática da teoria permitem o uso de um procedimento de elicitação incorporando escolhas probabilísticas.

7.2.4 *Etapa 4 – Estabelecer espaço de ações e problemática*

Essa etapa envolve três atividades:

- o estabelecimento da estrutura do espaço de ações;
- a determinação da problemática; e
- a geração de alternativas.

A estrutura do espaço de ações vai estabelecer um marco importante para a escolha do método multicritério a ser utilizado. Se o espaço de ações A for correspondente a um conjunto discreto, já se tem um conjunto de métodos que se enquadra nessa situação. A maioria dos métodos descritos neste texto está associada aos métodos discretos, da forma a seguir: $A = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$, onde o número de alternativas é igual a n. Como exemplo, há os dois problemas de seleção de fornecedores, conforme Tabela 1.1 para o primeiro deles, com $n = 4$.

No caso em que o problema envolva um conjunto de ações descrito por variáveis contínuas, podem-se usar os métodos de programação matemática, como por exemplo PLMO. No entanto, deve-se observar que esses métodos também envolvem um conjunto de restrições em sua formulação. Embora sempre classificado na literatura como método discreto, MAUT pode ser formulado com um conjunto de alternativas contínuo.

Além da caracterização acima para o conjunto de alternativas, este poderá se apresentar com outras peculiaridades. O conjunto A pode ser estável ou evolutivo. No primeiro caso, o conjunto é definido desde o início e não se altera no decorrer do processo decisório. Já um conjunto evolutivo corresponde a uma situação em que A pode se alterar ao longo do processo de decisão, devido a resultados intermediários ou devido à dinâmica do ambiente no processo decisório. Isso também pode exercer influência restritiva no tipo de método a ser utilizado.

O conjunto de alternativas pode ainda ser classificado como globalizado ou fragmentado. No primeiro caso, cada elemento de A exclui o outro elemento. No conjunto fragmentado, o procedimento de decisão envolve a combinação de vários elementos de A. Considere-se como exemplo um problema de escolha da localização de 2 novas lojas, dentre um conjunto de 8 alternativas de localização. Esse conjunto é fragmentado, pois corresponde à combinação de 2 alternativas do conjunto A de 8 elementos. Por outro lado, se A for definido como tendo 28 elementos, correspondendo a todos os possíveis pares de localizações a serem considerados, tem-se que A é um conjunto globalizado. Em algumas situações a combinação das alternativas (no caso fragmentado) pode ser apresentada de forma que cada uma de suas combinações seja uma alternativa na forma de conjunto globalizado.

Uma vez definida a forma do conjunto de alternativas, tem-se que estabelecer qual é a problemática, dentre os tipos já apresentados no Capítulo 2. A problemática também vai influenciar na escolha do método. Por exemplo, se o método indicado for da família de métodos de sobreclassificação, ELECTRE, então para a problemática de escolha têm-se os métodos ELECTRE I ou ELECTRE IS; para classificação tem-se o método ELECTRE TRI.

Com base nas definições anteriores, especialmente no formato do conjunto de alternativas A, pode-se estabelecer quais são as alternativas. Esse não corresponde a um processo analítico. Trata-se de um processo criativo, que pode usar alguns recursos analíticos, tais como aqueles proporcionados pela abordagem VFT.

Na abordagem VFT proposta por Keeney (1992), o processo de criação de alternativas é direcionado pela visão dos objetivos, de modo que várias alternativas que poderiam não estar sendo consideradas passam a ser visualizadas. A criação dessas novas alternativas tende a satisfazer o decisor dentro de um escopo muito ligado a seus objetivos e ao modelo de valor para as consequências.

Em geral, PSM são muito relevantes nesse processo de geração de alternativas, que pode ser bastante enriquecido com o apoio de um facilitador.

A geração de alternativas é uma etapa para a qual sempre se pode retornar no curso do processo de modelagem e até mesmo na fase 3, quando o modelo está sendo aplicado. Dependendo do tipo de método selecionado e de sua para-

metrização, sempre há alguma facilidade de se introduzirem novas alternativas no conjunto A, após a conclusão do modelo. No entanto, cuidados devem ser tomados para isso.

Por exemplo, num método com o modelo aditivo, que não use comparação par a par, outra alternativa poderá facilmente ser introduzida ao final, mesmo que se tenha chegado à etapa 11 de recomendação. Nesse caso, usando-se do processo de refinamento sucessivo, ter-se-ia que voltar a essa etapa para introduzir a nova alternativa e passar às etapas 7 e 8, para rever a avaliação intracritério e a intercritério. Pode ocorrer que a nova alternativa altere os limites do conjunto de consequências, modificando a parametrização do modelo aditivo, conforme mostrado no problema discutido e ilustrado por meio das Figuras 4.10 e 4.11, no uso de MAUT. Isso também é igualmente válido para métodos aditivos determinísticos. Após essa revisão na parametrização do modelo, pode-se dar continuidade a partir da etapa 9.

7.2.5 Etapa 5 – Identificar fatores não controlados

Identificar fatores não controlados consiste na avaliação e identificação de fatores relevantes que não estão sob o controle do decisor. A identificação desses fatores pode indicar a presença de variáveis que se comportam como Estado da Natureza, θ, um dos ingredientes na formulação de problemas com Teoria da Decisão (ou análise de decisão).

Um problema de decisão típico dentro de qualquer organização, que tem esta característica, é aquele de aquisição de uma máquina com nova tecnologia no sistema de produção ou simplesmente para ampliação de capacidade. Nesse problema, o conjunto de alternativas tem a forma discreta: $A = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$, onde a_i corresponde a um modelo de máquina disponível para aquisição. Esse é um fator sob o controle do decisor, que pode escolher a máquina. Para simplificação, dois objetivos podem ser considerados. Estes podem estar associados ao custo total do sistema e à imagem da empresa, como fornecedor confiável, hábil em atender à demanda de seus clientes.

Um fator que influencia esse processo de decisão é a demanda pelo produto, que será processado pela máquina em análise. A demanda não pode ser modelada como consequência, o que implicaria ser um dos critérios. Esse seria um erro crítico de modelagem, com várias repercussões, inclusive levando o analista a trabalhar com a modelagem de preferências desse fator. Na realidade, esse é um fator à parte que influencia as consequências. A demanda é um fator sobre o qual o decisor não tem controle. Ou seja, a demanda é classificada como estado da natureza. O problema deverá ser analisado conforme a matriz de decisão, mos-

trada na Tabela 7.2. Neste caso, as consequências são representadas pelo vetor (C,I), indicando o custo total (C) e a imagem da empresa (I), que dependem da máquina escolhida pelo decisor e da demanda que a natureza "escolherá".

Tabela 7.2 – Matriz de decisão com estados da natureza

Máquinas	**Demanda do Produto (Estados da Natureza – θ)**			
	θ_1	θ_2	.....	θ_m
a_1	$(C,I)_{11}$	$(C,I)_{12}$	.....	$(C,I)_{1m}$
a_2	$(C,I)_{21}$	$(C,I)_{22}$	.....	$(C,I)_{2m}$
.....	.....	.....	.....	.....
a_n	$(C,I)_{n1}$	$(C,I)_{n2}$	.....	$(C,I)_{nm}$

Um detalhe relevante está associado à forma da variável do estado da natureza, que pode ser discreta ou contínua. No exemplo da Tabela 7.2, tem-se um conjunto discreto de estado da natureza $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_m\}$, com m possibilidades de valores de demanda. Nesse caso, tem-se que obter uma probabilidade para cada possível valor θ_i. No caso de um conjunto contínuo, poder-se-ia ter valores de demanda, por exemplo, entre 50.000 e 200.000 unidades do produto. Nesse caso, uma função densidade de probabilidade poderia ser obtida para o processo de decisão sob risco. Para o exemplo acima de demanda, seria mais natural considerar a demanda como uma variável contínua. A representação da demanda como uma variável discreta pode ser encarada como valores de demanda para diferentes cenários, representando situações possíveis no futuro, como, por exemplo, economia aquecida, economia estável e economia em recessão, respectivamente com alto valor para θ_i, médio valor para θ_i e baixo valor para θ_i.

Uma importante particularidade do estado da natureza, associada a sua incerteza, tem repercussão direta sobre as etapas 9 e 10, relativas à avaliação das alternativas. A forma de resolução na etapa 9 é antecipada nesse item, devido a sua especificidade. Duas formas de tratar essa questão serão consideradas neste texto:

- decisão sob risco;
- decisão sob incerteza.

No primeiro caso, tem-se uma distribuição de probabilidade sobre o comportamento do estado da natureza, de modo que se pode formular esse problema

com base em valores esperados para as consequências. Ou seja, as alternativas na Tabela 7.2 são avaliadas com base na seguinte equação:

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^{m} v(C, I)_{ij}\, \pi(\theta_j) \qquad (7.1)$$

Onde:

- $v(a_i)$ = valor da alternativa a_i;
- $v(C, I)_{ij}$ é o valor do vetor consequências com dois critérios C e I para a alternativa i e o estado da natureza j;
- $\pi(\theta_j)$ é valor de probabilidade para o estado da natureza θ_j.

Assim, uma fase importante nessa etapa é a realização da modelagem probabilística, com uso de estatística clássica, ou abordagem bayesiana, ou a combinação de ambos. No caso de abordagem bayesiana, tem-se a participação de um especialista, que poderá explicitar seu conhecimento sobre o comportamento do estado da natureza através de uma distribuição de probabilidade *a priori*. Há vários procedimentos de elicitação de probabilidade *a priori* disponíveis na literatura.

Uma alternativa de método multicritério para problemas com esse ingrediente é a aplicação de MAUT, visto que essa abordagem já tem o uso de probabilidades em sua estrutura axiomática. Observa-se que a abordagem de teoria da decisão está associada ao uso de Teoria da Utilidade e MAUT, a ser avaliada na modelagem de preferências.

A segunda forma de tratar esse elemento na formulação do problema é de decisão sob incerteza, onde não se têm disponíveis as probabilidades sobre θ_i. No entanto, os possíveis estados da natureza θ_i são conhecidos. Ou seja, sabe-se que valores de θ_i são possíveis no conjunto, para o caso discreto ou a faixa de valores, como no exemplo acima. Nesse caso, não se pode usar a noção de valores esperados para as alternativas, podendo ser aplicada a abordagem MinMax ou MaxMin, se as consequências forem representadas como perdas ou ganhos, respectivamente. No caso de MinMax, procura-se selecionar a alternativa que tenha a mínima-máxima perda. Essa é uma abordagem pessimista e é necessário avaliar se o decisor está de acordo com essa visão. Alternativamente, aplica-se a abordagem de Laplace, que consiste em usar a visão de valor esperado, considerando a mesma probabilidade para todos os valores de θ_i. Ou seja, considera-se $\pi(\theta_j) = 1/m$ e obtêm-se os valores esperados das alternativas.

7.2.6 Etapa 6 – Efetuar modelagem de preferências

Essa etapa inicia a segunda fase do procedimento. Na segunda fase é efetuada a escolha do método multicritério e chega-se ao modelo consolidado, embora ambos possam ser revisados no processo de refinamento.

Essa etapa 6 de modelagem de preferências do decisor é desenvolvida de forma integrada com as etapas 7 e 8 a seguir, de forma que os resultados dessas três etapas fornecem os elementos mais importantes para a escolha do método multicritério. Dentro da visão do funil, da Figura 7.2, na qual várias opções de modelos vão sendo eliminadas, incluindo possibilidades de métodos, essa etapa 6 tem um papel relevante no avanço desse funil, de modo que o método poderá já estar definitivamente selecionado nessa etapa.

Na modelagem de preferências deve-se avaliar que estrutura de preferências seria mais adequada para representar as preferências do decisor. Por exemplo, se a estrutura (P,I) é apropriada para que o decisor possa expressar suas preferências sobre o conjunto de consequências de seu problema de decisão, então pode usar o modelo tradicional, no qual se incluem os métodos de critério único de síntese, tal como o modelo de agregação aditivo.

No entanto, se essa estrutura não for adequada e o decisor precisar de outras opções de relações de preferências (exemplo: relação de incomparabilidade), tal que a estrutura (P,Q,I,R) possa ser usada, então deve-se avaliar se o método pode incorporar essa condição.

Pode-se iniciar esse processo verificando se o decisor atende a algumas propriedades importantes relativas aos métodos de critério único de síntese. Relembra-se que os métodos com agregação aditiva, que estão entre os mais utilizados e têm o seu apelo intuitivo, estão nesse grupo de métodos. Duas propriedades são destacadas: ordenabilidade e transitividade, que são essenciais para a estrutura de preferência (P,I). Para verificar a ordenabilidade, deve-se explorar o conjunto de consequências, analisando se o decisor é capaz de comparar todas as alternativas, por meio das relações de preferências P ou I. Para esse fim, um conjunto abrangente e representativo de pares de consequências deve ser organizado. Confirmada a capacidade de efetuar essa comparação com essas duas relações para esse conjunto, pode-se generalizar com certo grau de acerto que essa propriedade está atendida. Depois, a partir dos resultados dessas comparações, pode-se avaliar se a transitividade foi respeitada.

O procedimento acima tem um formato mais conceitual do que operacional, visto que essas questões podem ser analisadas no cumprimento da etapa 8, como parte do procedimento de elicitação de parâmetros de um método selecionado e

forma preliminar. Ou seja, conforme destacado antes, essa etapa 6 deve ser feita de forma integrada com as etapas 7 e 8.

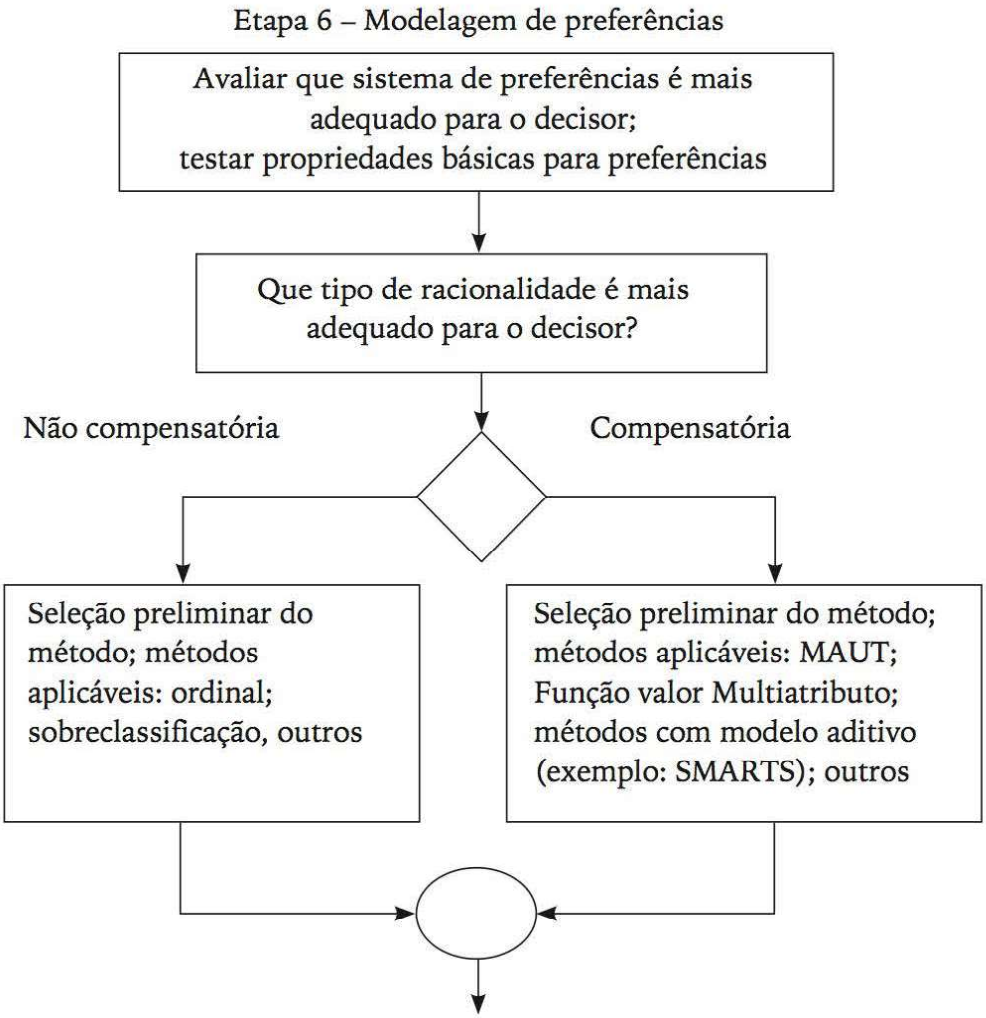
Esse processo de integração entre essas etapas deve ser desenvolvido dentro de uma visão pouco estruturada. A expressão "pouco estruturada" deve ser entendida no sentido conceitual para sistemas de informação (BIDGOLI, 1989; SPRAGUE; WATSON, 1989; DAVIS; OLSON, 1985; THIERAUF, 1982). Em outras palavras, o processo tem uma natureza muito interativa com idas e vindas, entre essas etapas. Ou seja, o processo deve ser recursivo. Não se pode adotar uma visão rígida, excessivamente sequencial. Essa forma de trabalho desagrada a muitos, mas permite conjugar as vantagens de uma abordagem um tanto estruturada e segmentada com a busca de uma visão holística e obtenção de seus frutos.

Isso representa mais do que usar a flexibilidade na concepção de refinamento sucessivo, proposto para todo esse procedimento. Envolve uma integração entre essas etapas. Por exemplo, ao invés de um procedimento explícito para comparar o conjunto de pares de consequências, conforme descrito acima, essas propriedades podem ser avaliadas, numa antecipação de parte da etapa 8, como parte do procedimento de elicitação de constantes de escala para o modelo de agregação aditivo. Igualmente, podem-se avaliar propriedades, tais como ordenabilidade e transitividade, na avaliação intracritério, embora para alguns atributos, como é o caso dos atributos naturais, essa questão seja tacitamente atendida.

Nem sempre será necessário conduzir assim esse processo nessa fase. Há situações em que se poderão seguir essas etapas de forma serial sem repetições ou retornos a etapas anteriores. Entretanto, em alguns casos essa abordagem será essencial. Não se pode prever como será, visto que cada problema de decisão numa organização traz suas peculiaridades, com muitos fatores diversificados a considerar, tais como: contextos variados, aspectos psicológicos distintos em cada ator do processo decisório. Por essa razão, apresenta-se um procedimento mais abrangente, tentando enfrentar esse desafio sem particularização bem definida.

Outra questão importante nessa etapa é o estabelecimento da racionalidade mais adequada para o decisor no problema considerado, que pode envolver o uso da abordagem compensatória ou não compensatória. Essa é a uma das questões a serem analisadas nessa etapa, cujo esboço é apresentado na Figura 7.6.

Figura 7.6 – Avaliação de racionalidade compensatória



A avaliação da racionalidade compensatória é uma questão para a qual há pouco estudo desenvolvido e ainda pode levar a alguma improvisação. Em muitas situações, essa questão não é sequer percebida.

Uma avaliação dessa questão pode tomar por base a definição dada por Fishburn (1976) para uma relação não compensatória. Uma relação de preferência é considerada não compensatória quando as preferências entre duas consequências x e y dependem apenas dos subconjuntos de critérios que favorecem x e y, sem importar as diferenças de preferências entre os vários níveis em cada critério. Ou seja, não importa o quanto x e y sejam melhores em cada critério. Importa saber apenas quem é melhor em cada critério. Conforme já apresentado, há várias situações reais em que se observa o uso de abordagens não compensatórias para tomada de decisões.

Mais detalhes sobre a racionalidade compensatória e não compensatória são apresentados como um destaque em um item específico à frente.

Ao final dessa etapa, conforme é mostrado na Figura 7.6, uma seleção preliminar do método multicritério já é efetuada. Assinala-se como preliminar para que essa escolha não seja ainda encarada de tal forma a fechar o pensamento a outras possibilidades, embora provavelmente seja definitiva. A execução das etapas 7 e 8, seguintes, será baseada em algum método já selecionado, como ponto de partida, e vai permitir sua confirmação ou revisão, no processo recursivo ou de refinamento. Assim, embora não esteja explícita, a conclusão das etapas 7 e 8 indica a confirmação do método selecionado, caso não seja requerida a necessidade da revisão dessa seleção.

Mais detalhes sobre a seleção de métodos são apresentados como um destaque em um item específico à frente.

7.2.7 Etapa 7 – Efetuar avaliação intracritério

A avaliação intracritério depende do tipo de método a ser utilizado, que já foi preliminarmente selecionado na etapa anterior, conforme mostrado na Figura 7.6. Por outro lado, nessa etapa podem-se obter resultados que venham a influenciar na revisão dessa escolha.

A seguir, algumas considerações sobre alguns métodos que requerem particularidades ou têm uma abordagem estabelecida clara para avaliação intracritério. Outros detalhes são encontrados nos capítulos relativos à descrição de cada método.

A avaliação intracritério no contexto de métodos de sobreclassificação envolve a avaliação da questão de limiares de indiferença e preferência. Essa avaliação pode levar à determinação do tipo de critério (critério verdadeiro, ou usual; semicritério; critério de intervalo; pseudocritério). Os limiares de veto ou de discordância, particularmente usados no método ELECTRE, também estão relacionados à preferência intracritério do decisor.

Para métodos ordinais é necessário apenas verificar se a ordem já está tacitamente estabelecida para todos os critérios, pois alguns podem ser avaliados por alguma escala verbal, em que isso possa não estar implícito.

Para métodos do conjunto de critério único de síntese, a avaliação intracritério consiste na elicitação da função utilidade para cada atributo ou no estabelecimento da função valor para cada critério, exercendo um papel determinante para os casos em que essa função não é linear.

No caso de consequência probabilística, com uso de função utilidade, têm-se vários procedimentos de elicitação de função utilidade já propostos na literatura, dentre os quais um já foi demonstrado no capítulo específico sobre MAUT, com um exemplo para dinheiro. Nesse caso, a questão de normalização e escalas é implicitamente tratada, sem a necessidade de considerações adicionais.

Para o caso de consequência determinística, deve-se avaliar se a função valor é linear ou não linear. No caso em que essa função é linear, poderá ser necessário efetuar um processo de normalização diretamente sobre as consequências, conforme já detalhado no Capítulo 2.

Deve-se observar que o procedimento de normalização poderá afetar a etapa 8, se o modelo de agregação for compensatório, visto que para cada procedimento de elicitação se estabelecem condições para a escala utilizada. Por exemplo, a forma como as constantes de escala são estabelecidas, em alguns métodos aditivos, considera uma escala intervalar, na qual o desempenho mínimo do critério tem valor zero na escala.

Essa etapa 7 está fortemente relacionada com a forma como os atributos ou critérios foram estabelecidos na etapa 3, visto que o tipo de atributo (natural, construído ou *proxy*) já determina em boa parte alguns aspectos da avaliação interior do critério, incluindo as escalas de avaliação. Em muitos casos, a avaliação intracritério poderá já está definida, quando se elabora um atributo (ou critério) do tipo construído. Veja-se o exemplo da Tabela 7.1. Nesse caso, a preocupação seria com a escala a ser utilizada (no exemplo da Tabela 7.1, a escala é de – 2 a 2), com vistas a se compatibilizar com os demais critérios, uma vez que todos devem estar na mesma escala, a depender do método (o aditivo, por exemplo).

Para a avaliação intracritério, foram destacados aspectos de comparação entre valores diferentes de consequência. No entanto, pode haver outros aspectos a serem considerados, tais como o veto e discordância já mencionados para alguns métodos. Outro ponto a considerar surge quando se trata de problemática de classificação. Nesse caso, a determinação dos perfis para as classes deverá ser efetuada nessa etapa de avaliação intracritério. Essa especificação envolve a avaliação interna de cada critério e o estabelecimento da fronteira entre as categorias de classificação.

Para a problemática de portfólio devem-se considerar os problemas de adoção de escalas intervalares, visto seu impacto para a escala de valor do portfólio, quando o tamanho do portfólio é alterado. Para o uso do método PROMETHEE V foi mostrada a necessidade do uso do conceito de portfólio c-ótimo (ALMEIDA; VETSCHERA, 2012). Para modelo de agregação aditivo em portfólio, foi mostrada a necessidade de uso de escala de razão ou uma escala de avaliação integral do portfólio (ALMEIDA, 2012b).

7.2.8 Etapa 8 – Efetuar avaliação intercritério

Nessa etapa, com base no método multicritério já estabelecido, deve-se efetuar a parametrização do método, obtendo as informações intercritério, junto ao decisor. Trata-se das informações que permitem efetuar a combinação quantitativa dos critérios para o processo de agregação com vistas à avaliação das alternativas.

Essa questão foi detalhadamente discutida nos capítulos específicos relativos aos métodos de agregação aditiva determinística e à MAUT. Conforme, mencionado, os diversos métodos aditivos se caracterizam entre si, especialmente, pela abordagem empregada para a elicitação da constante de escala.

Deve-se relembrar que, além daqueles procedimentos de elicitação de constantes de escala para esses métodos, há a possibilidade de se efetuar a estimação indireta, pelo que se convencionou classificar como o conjunto de métodos de desagregação. Um exemplo com modelo aditivo é o método UTA.

Em métodos de sobreclassificação, a abordagem de avaliação intercritério é completamente diferente daquela empregada em métodos compensatórios. Nesse caso, os parâmetros são denominados pesos, exprimindo o seu significado de grau de importância. Conforme destacado no Capítulo 5, relativo aos métodos de sobreclassificação, os pesos representam um papel de quantidade de votos disponíveis para cada critério. A combinação de critérios que favorecem uma alternativa tem o papel de uma coalizão, facilmente representada pela soma dos critérios, na abordagem de sobreclassificação.

Já nos métodos baseados em PLMO, algumas abordagens para a avaliação intercritério se diferenciam completamente, havendo diversos procedimentos disponíveis na literatura específica de PLMO. A caracterização principal nesse caso é o uso de abordagem interativa para obtenção da informação intercritério junto ao decisor. O problema é apresentado ao decisor, com a visualização do espaço de consequências, e, a partir de escolhas do decisor, a questões que lhe são apresentadas, o modelo pode efetuar uma redução no espaço de alternativas, sendo desenvolvidas etapas alternadas de diálogo e cálculo. Entre essas etapas o decisor fornece informações sobre sua estrutura de preferências intercritério. Por outro lado, deve-se observar que alguns procedimentos para problemas de PLMO são baseados na avaliação de alternativas em função de sua distância ao ponto ideal; em outros casos, a distância pode ser considerada em relação a níveis de aspiração ou metas para cada critério.

Embora alguns autores considerem que as abordagens de PLMO concentrem-se com ênfase na fase final de escolha, do modelo de Simon, isso talvez se aplique apenas a alguns procedimentos específicos, baseados em avaliação das

alternativas em relação a suas distâncias para alguma referência. Nas abordagens interativas, deve-se admitir que a ênfase desses métodos se concentre na avaliação intercritério, efetuando modelagem de preferências do decisor com base em um processo construtivista, aplicado na maioria dos casos.

7.2.9 Etapa 9 – Avaliar alternativas

Essa etapa consiste na avaliação global das alternativas e inicia a terceira fase do processo de decisão. Nessa terceira fase o modelo de decisão já está consolidado e pronto para ser utilizado.

Assim, tem-se efetivamente a aplicação do método multicritério, utilizando as preferências do decisor, conforme a problemática estabelecida. Para cada tipo de problemática essa avaliação das alternativas permitirá expressar um resultado final para ser apresentado ao decisor.

No entanto, embora se tenha chegado ao final do funil ilustrado na Figura 7.2, já na fase anterior, deve-se considerar que o resultado final obtido nessa etapa deve passar por um processo de avaliação, quanto a sua sensibilidade a mudanças nos valores dos parâmetros, que consiste na etapa seguinte.

Raramente essa etapa terá um retorno a etapas anteriores, pelo processo de refinamento sucessivo, embora essa opção seja representada na Figura 7.3. Essa possibilidade deveria ser considerada apenas a partir dos resultados da etapa seguinte.

7.2.10 Etapa 10 – Efetuar análise de sensibilidade

A partir da apresentação do resultado da etapa anterior, tem-se uma recomendação preliminar que requer um estudo para confrontar sua robustez em relação aos dados de entrada e aos parâmetros empregados no modelo de decisão. Tem-se então nessa etapa 10 a análise de sensibilidade e análise de robustez. Nessa etapa pode-se chegar à conclusão de que o resultado final da etapa anterior não está adequado, requerendo uma revisão em etapas anteriores.

De forma simplificada, a análise de sensibilidade trata de um estudo e análise do impacto provocado na saída do modelo, por variações na entrada deste. Ou seja, avalia que impacto é ocasionado por variações nos dados de entrada ou nos parâmetros do modelo sobre a solução apresentada pelo modelo.

Esse tipo de estudo é importante no uso de qualquer modelo quantitativo, visto que, tendo que usar dados de entrada numéricos, esses modelos podem obviamente apresentar resultado incorreto, se os dados não forem precisos. É

comum, em qualquer organização, a possibilidade de se usarem dados baseados em estimativas que podem ter um grau elevado de aproximação. O mesmo pode ocorrer durante a construção do modelo, em relação à estimação de algum parâmetro, cujo valor obtido pode ter um elevado grau de aproximação.

Quando se menciona a solução apresentada pelo modelo, deve-se observar que o procedimento a ser aplicado nessa etapa 10 depende da problemática em consideração. Ou seja, em cada problemática, deseja-se avaliar até que ponto variações nos dados de entrada e nos parâmetros provocam alterações do tipo descrito a seguir:

- Na problemática de escolha, se o modelo indica como solução alternativa diferente da indicada na etapa 9.
- Na problemática de ordenação, alterações na ordem em que todas as alternativas são colocadas pelo modelo na etapa 9. Caso ocorra alteração na ordem, deseja-se avaliar em que grau.
- Na problemática de classificação, colocar alguma alternativa em categoria diferente da qual foi indicada pelo modelo, na etapa 9. Caso ocorra mudança de categoria, deseja-se avaliar em que grau ocorre.
- Na problemática de portfólio, se o modelo aponta como solução portfólio diferente do indicado na etapa anterior.

Caso a mudança indicada na análise de sensibilidade seja inaceitável, com base na visão do funil representado na Figura 7.2, deve-se analisar que opções de modelos, dentre os que foram eliminados em etapas anteriores, poderiam eventualmente ser mais úteis. Nesse momento, vale relembrar que não há modelo correto, mas alguns modelos que podem ser úteis. A análise de sensibilidade e de robustez do modelo poderá revelar em que pontos o modelo é mais sensível a mudanças de valores, apresentando propostas diferentes para as alternativas. A partir dessa revelação pode-se investigar de que forma se pode fortalecer mais aquele parâmetro ou dado de entrada.

Vários procedimentos para análise de sensibilidade estão disponíveis na literatura, não sendo prioridade detalhar esse tópico neste texto. O principal foco deste texto está na forma de uso da análise de sensibilidade no processo decisório como um todo. Assim, para essa finalidade são considerados dois tipos de análise de sensibilidade:

- Para avaliação isolada de parâmetros ou um tipo de dado de entrada.
- Para avaliação conjunta de todos os parâmetros e dados de entrada, ou um subconjunto destes.

O primeiro procedimento é de implementação muito simples e avalia de forma limitada o impacto de variações do modelo, considerando apenas uma variável (que pode ser relativa a um parâmetro ou dado de entrada) por vez. Esse procedimento pode ser útil para avaliar o impacto de algum parâmetro ou dado de entrada, em particular, para o qual se decidiu simplificar sua obtenção, durante o processo de modelagem. Essa decisão pode ser motivada por fatores tais como: pouco tempo disponível ou elevado custo envolvido.

O segundo procedimento consiste numa avaliação integrada de todo o conjunto de dados e parâmetros ou um subconjunto destes que tenha maior relevância. Uma abordagem para essa forma de análise de sensibilidade é por meio do uso do Método de Simulação de Monte Carlo. Nesse procedimento utiliza-se a geração de números aleatórios para cada uma das entradas do modelo, aplica-se esse conjunto de dados gerados ao modelo e registra-se o resultado de saída. A geração aleatória dos dados de entrada deve ser planejada para ser efetuada com base numa distribuição de probabilidade que represente os valores prováveis para cada entrada, com base na forma como esses dados e parâmetros foram obtidos nas etapas anteriores do processo de construção do modelo. Assim, esse procedimento de Monte Carlo é aplicado por alguns milhares de vezes e o resultado é registrado para comparação com o resultado obtido na etapa 9, que pode ser chamado de resultado-padrão. Então, é efetuada uma avaliação no número de vezes em que esses resultados dessa simulação se diferenciam do resultado-padrão. Essa análise também depende do tipo de problemática. Para problemática de escolha deve-se avaliar se surge uma alternativa diferente do resultado-padrão, e, caso positivo, quantas vezes isso ocorre. Para a problemática de ordenação deve-se avaliar o número de vezes em que a ordem é alterada. A análise final pode ser mais simples, baseada no percentual de vezes em que ocorrem mudanças, e também se pode avaliar se o tipo de mudança tem impacto relevante. Outra análise final mais consistente corresponde a avaliar se a mudança é estatisticamente significativa, aplicando-se um procedimento estatístico coerente com a problemática analisada. Por exemplo, para a problemática de ordenação pode-se usar o coeficiente de correlação de Kendal para avaliar se há uma mudança estatisticamente significativa no ordenamento, conforme desenvolvido em Daher e Almeida (2012).

Voltando ao primeiro procedimento para análise de sensibilidade, embora mais simples, ele pode ter um papel gerencial muito relevante. Dois exemplos são fornecidos para ilustrar esse ponto.

Suponha-se que no processo de modelagem de parâmetros do modelo possa-se simplificar o estabelecimento dos valores de "pesos" dos critérios, em função de pouca disponibilidade de tempo do decisor. Nesse caso, considerando que a etapa 8, de avaliação intracritério, tenha sido efetuada de forma muito

simplificada, então a análise de sensibilidade em relação aos parâmetros "pesos" dos critérios pode revelar o quão robusta é a recomendação sobre as alternativas obtida na etapa 9, apesar dessa simplificação. Por exemplo, se os "pesos" de cada critério variarem em torno de 20% (mais ou menos) e isso não alterar (para a problemática de escolha) a indicação da alternativa selecionada na etapa 9, então pode-se aceitar que a recomendação da alternativa é robusta em relação a esses parâmetros. Se houver uma sensibilidade alta à variação de um desses "pesos", então deve-se discutir com o decisor sobre a possibilidade de retornar à etapa 8 e concentrar mais esforço nessa avaliação. Por exemplo, pode ocorrer que para um dos critérios, uma variação de 2% a mais sobre o valor-padrão estabelecido na etapa 8 indique a mudança da solução inicial da etapa 9. Nesse caso, pode ser recomendável retornar à etapa 8 e rever o "peso" para esse critério. Deve ficar claro que, dada a interdependência entre os valores dos pesos, que são normalizados, a variação no peso de um dos critérios deve ser compensada de forma proporcional nos demais. Por outro lado, pode ser que a nova alternativa selecionada na análise de sensibilidade não seja tão diferente em desempenho da alternativa proposta na etapa 9. Isso tende a ocorrer e não necessariamente remete a um retorno para revisão das etapas anteriores. A proximidade entre essas alternativas pode revelar uma situação que caracterize uma certa indiferença entre essas opções, facilitando o processo final de escolha.

O segundo exemplo trata de dados de entrada. Suponha-se a obtenção de uma estimativa mais simplificada e de menor custo para valores que cada alternativa teria em relação a um dado critério, tal como: custo de implementação de uma ação na organização. Sabe-se que as estimativas de custos para implementar futuros projetos, por exemplo, podem ser obtidas com grau significativo de aproximação. Nesse caso, a análise de sensibilidade pode indicar o impacto que esses dados podem ter no processo, indicando a necessidade de se retornar à etapa 3, para elaborar com maior precisão os valores atribuídos ao desempenho das alternativas para esse critério.

Outra utilidade desse procedimento seria o fornecimento desses resultados na elaboração do relatório da etapa seguinte. Ou seja, sempre que se informe ao decisor a recomendação sobre as alternativas, deve-se também informar sobre a sensibilidade dessa recomendação em relação aos parâmetros e dados de entrada. Pelo menos, devem-se incluir os parâmetros e dados mais relevantes nesse relatório. Assim, apesar da simplicidade desse procedimento, ele pode ser relevante, do ponto de vista informativo, em relação ao próprio modelo de decisão construído e usado.

Além das aplicações já indicadas, a simples possibilidade de uso da análise de sensibilidade pode já indicar uma decisão de simplificação do processo de decisão em várias etapas anteriores. Para isso, pode-se voltar à Figura 1.1, que ilustra o

processo de refinamento sucessivo. Essa visão não indica apenas que há a possibilidade de retornar a etapas anteriores para rever algo. Um ponto importante aqui que merece destaque é a possibilidade de se passar mais rapidamente, de forma simplificada, pelas etapas iniciais, até essa etapa 10. Nessa etapa pode-se ter uma ideia de que parâmetros e dados de entrada requerem um maior grau de precisão. Então se retorna às etapas anteriores, para efetuar o refinamento.

7.2.11 Etapa 11 – Analisar resultados e elaborar recomendação

Concluídas as duas etapas anteriores e não havendo necessidade de retorno às etapas antecedentes, têm-se então a análise final dos resultados e a elaboração de recomendação para o decisor.

A preocupação não estaria apenas em relatar a alternativa recomendada na etapa 9. A análise e a apresentação dos resultados devem incorporar a sensibilidade dessa recomendação aos parâmetros e aos dados utilizados, incluindo as decisões de simplificação mais relevantes tomadas pelo analista, ao longo do processo de construção do modelo de decisão.

Um bom relatório vai indicar ao decisor em que grau ele pode confiar no modelo de decisão usado; tentando sempre esclarecer ao decisor que todos os modelos são errados, a ideia é buscar o modelo que seja mais útil. Nesse caso, o modelo mais útil deve apresentar uma recomendação de ação ao decisor, juntamente com o grau de precisão associado. Em outras palavras, deve-se informar ao decisor os riscos envolvidos no processo.

A elaboração da recomendação, com todos esses detalhes sobre o processo decisório, pode representar uma documentação relevante para a organização. Pode ser útil para justificativas no processo de implementação ou pode ser necessário no futuro para análise e explanação em relação a resultados que venham a ser obtidos.

7.2.12 Etapa 12 – Implementar decisão

Por fim, tem-se a etapa 12, que consiste na própria implementação da ação ou na adoção de procedimentos sobre o conjunto de ações indicadas, conforme seja a problemática analisada.

Brunsson (2007) discute várias questões associadas à implementação após a condução das etapas do processo decisório que envolvem a escolha da ação. Mostra também que a forma como a decisão é tomada influencia as chances de mobilização para implementação da ação escolhida.

Há situações em que o processo conduzido até a escolha da ação é bem mais simples do que o processo de implementação da ação. Nessas situações, os princípios e questões para elaboração de todas as etapas anteriores podem não fornecer nenhuma orientação para a aplicação da alternativa escolhida.

Outro problema está relacionado às situações em que o tempo despendido no processo até a escolha da ação é muito menor do que a duração do tempo para a sua implementação. Supõe-se que as decisões sejam estáveis, pelo menos até que a ação escolhida seja implementada. Mas, nessa situação de tempo mencionada, podem ocorrer mudanças antes da conclusão do processo de implementação.

Uma circunstância interessante em que o decisor não se envolve no processo de implementação está relacionada à sua necessidade (e pode haver dificuldades aí) para controlar o conteúdo de suas próprias decisões.

Enfim, essa etapa de implementação de uma alternativa selecionada no processo decisório pode ser mais relevante do que se considera ao levar adiante as etapas anteriores do processo decisório, especialmente quando se consideram as realidades de um contexto organizacional.

Há organizações onde se estabelecem vários níveis de aprovação de decisões sobre alguns assuntos, considerados de maior relevância. Nesses casos, deve-se observar que entre a etapa anterior e esta haverá ainda um processo intermediário de avaliação do relatório gerado na etapa anterior até que se obtenha a aprovação final para a implementação.

Por outro lado, há situações que se distinguem à mencionada anteriormente, quase que de forma oposta, em relação à questão do tempo.

Outro ponto relativo ao tempo está no prazo para iniciar a implementação da ação. Há estudos que avaliam a possibilidade de se introduzir um processo de procrastinação nessa etapa 12. A ideia é introduzir um tempo de atraso até iniciar a implementação da ação selecionada. Alega-se que o importante não é fazer logo, mas fazer o correto, e para isso pode ser interessante esperar um pouco. Nesse caso, seria sábio abraçar a procrastinação, esperar e "pensar", sem agir logo, a não ser que seja imperativo fazê-lo. Então, acrescenta-se que gerenciar atraso é tão importante quanto as outras etapas do processo (PARTNOY, 2012). Isso pode dar tempo a rever o que se escolheu, se for o caso. Isso pode sugerir a introdução de uma subetapa nessa etapa, que consistiria em gerenciar o atraso da implementação da ação.

Deve-se agir com muita prudência num processo de procrastinação. Claro que não se pode atrasar a solução de problemas que vão piorar se não forem tratados logo. Pode parecer contraditório, embora não o seja, que nesse caso se defenda um atraso no momento de agir, enquanto em alguns casos haja uma escassez de tempo, que leva a uma maior simplificação no processo decisório.

Essas diferenças caracterizam o quanto o contexto organizacional pode requerer atuação individualizada em momentos distintos.

7.3 Destaques ao procedimento de construção do modelo

A seguir são apresentados destaques para algumas questões do procedimento descrito acima, de forma a esclarecer tópicos adicionais, fornecer mais detalhes, ou ressaltar questões que merecem estudos futuros.

7.3.1 Flexibilidade para sequência das etapas

A flexibilidade discutida extensivamente para o sequenciamento das etapas no procedimento apresentado para construção de um modelo de decisão multicritério é um ponto-chave para a qualidade do processo decisório.

De certa forma, procedimentos e modelos anteriores já consideraram a necessidade de atuar desse modo na construção de modelos matemáticos. A visão de refinamentos sucessivos apresentada na Figura 2.1 já previa isso e o próprio modelo de Simon de certa forma também, com a etapa de revisão, na Figura 1.2. No procedimento de Polmerol e Barba-Romero (2000), a questão da recursividade é mencionada brevemente, mas com destaque, similarmente à visão de Belton e Stewart (2002), que mencionam a possibilidade de iteração e retorno a etapas anteriores no processo decisório.

Essa quebra numa abordagem rígida de uma sequência linear está em consonância com a visão de Sartre, o qual dizia que se deve "pensar contra si próprio". Isso significa, no contexto de construção de um modelo, que o analista deve estar pronto a rever, a cada etapa de modelagem, o que já foi elaborado e buscar alternativas melhores. Muitas vezes os atores no processo decisório podem se sentir tentados ao sentimento de posse sobre aquilo que já foi elaborado, se apegando de tal forma a não admitirem mais nenhuma alteração. Não deixa também de ser um sentimento natural de lealdade aos próprios resultados a que se chegou com tanto esforço. Se o processo envolve um grupo médio ou grande de atores, o compromisso ao qual a equipe conseguiu chegar de forma unida torna esse senso de lealdade ainda mais difícil de quebrar. Essa percepção de ganho num processo integrado com vários atores é muito interessante, mas deve ser vista com autocrítica pelo grupo para não dificultar a flexibilidade ao processo com suas possibilidades de evolução a partir dos resultados a que se chegou, usando essa visão de refinamento sucessivo.

Outras questões que podem dificultar a evolução no processo de revisão de etapas anteriores estão relacionadas às armadilhas psicológicas no processo, item abordado em seguida.

7.3.2 Armadilhas psicológicas no processo decisório

Decisões inadequadas podem ocorrer em função da qualidade da informação ou de processo decisório mal conduzido, segundo Hammond et al. (1998b).

Há várias armadilhas psicológicas que são analisadas por Hammond et al., (1998b) e que devem ser consideradas na utilização do procedimento apresentado anteriormente. Entre essas armadilhas destacam-se as seguintes:

- Ancoragem

No processo decisório, a mente dá um peso desproporcional à informação recebida inicialmente. Impressões iniciais e estimativas ou dados iniciais fornecem ancoragem para pensamentos e julgamentos subsequentes.

No exemplo a seguir, faria diferença a ordem das duas perguntas seguintes:

"A população da Turquia é maior do que 35 milhões?" e

"Qual é a sua melhor estimativa para a população da Turquia?"

Hammond et al. (1998b) fazem diversas recomendações, tais como: tentar ver o problema sob diferentes perspectivas; procurar ter a mente aberta; pensar no problema por conta própria, antes de consultar outros.

- O *status quo*.

Em geral, todos têm algum viés. Há sempre uma tendência em escolher alternativas que perpetuem o *status quo*:

- tendência em tomar decisões que justificam decisões passadas;
- armadilha da evidência confirmada; enquadramento do problema.

Uma etapa inicial no processo decisório é estabelecer um enquadramento da questão, etapa onde muitas vezes se cometem erros perigosos. Esse enquadramento inicial do problema pode estabelecer uma ancoragem ou confirmar o *status quo*. Distorções podem ocorrer por dois tipos de enquadramento: ganhos *versus* perdas; e por diferentes pontos de referência.

- Estimativas e previsões

Nossa mente é calibrada para fazer algumas estimativas, tais como distância, tempo etc., mas fazer estimativas sobre situações que envolvem incertezas é completamente diferente.

- Armadilhas relacionadas a situações de incerteza: sobreconfiança

Essa é também chamada de armadilha da prudência. Trata da precaução, onde tendemos a ajustar estimativas para ficar do lado seguro. A memória de eventos passados tende a influenciar a avaliação de eventos futuros.

Um tópico adicional com destaque está relacionado a essa questão de tratamento de incerteza e riscos, visto no item seguinte.

7.3.3 Modelos de decisão com avaliação de risco

Embora haja várias definições para risco, a que mais está estabelecida na literatura é baseada numa combinação entre dois elementos: a probabilidade de uma ocorrência e o valor das consequências resultantes dessa ocorrência. Então, no contexto decisório, essa ocorrência estará combinada com uma ação escolhida e adotada pelo decisor. Essa ocorrência está associada ao elemento estado da natureza θ, tratado na etapa 5 do procedimento apresentado. Frequentemente, numa visão mais simples, o risco é entendido como uma probabilidade associada a uma consequência negativa, uma perda.

A visão de combinação do valor da consequência e sua probabilidade de acontecer levam à abordagem de valor esperado. Essa abordagem em análise de decisão leva inevitavelmente à teoria da utilidade. Esse é o método de apoio a decisão com mais sólida estrutura axiomática (VON NEUMANN; MORGENSTERN, 1944; KEENEY; RAIFFA, 1976), embora vários trabalhos na abordagem descritiva tenham demonstrado e alertado para alguns paradoxos e vieses, com os quais se deve tomar cuidado no processo de implementação. Aliás, esse é o principal papel da abordagem descritiva, conforme já mencionado (EDWARDS et al., 2007), fornecer meios de aprimoramento para que uma abordagem prescritiva tal qual a de Keeney e Raiffa (1976) possa implementar uma teoria, como a teoria da utilidade, estabelecida pela abordagem normativa de Von Neumann e Morgenstern (1944). Um dos estudos mais conhecidos de abordagem descritiva sobre a teoria da utilidade é o que deu origem à teoria prospectiva (*prospect*) de Kahneman e Tversky (1979).

Então, um modelo de avaliação de riscos multidimensionais envolverá a combinação dessas dimensões na modelagem probabilística, pois há uma dis-

tribuição de probabilidade para cada critério e estado da natureza, e também na modelagem de preferências, pois haverá uma função utilidade para as consequências em cada critério.

Uma questão simples, de ordem prática, é muito comum nas organizações e está relacionada ao comportamento em geral dos gerentes nas organizações, em relação a um julgamento equivocado sobre a qualidade do processo decisório em situações de risco. Nesse contexto probabilístico, a qualidade do processo decisório não pode ser baseada no resultado final obtido, se isso foi entendido de forma simples como a consequência revelada ao final, depois que a ação escolhida foi implementada. Um exemplo pode ilustrar melhor essa questão.

Suponha que um decisor tenha que escolher sobre a aquisição de máquinas no exemplo apresentado na descrição da etapa 5, simplificado na Tabela 7.3, com apenas duas alternativas. Para simplificar também não é implementada a modelagem de preferências nem é considerada a questão de múltiplos critérios, levando em conta apenas a consequência custo total, que é uma composição do custo fixo anual (R$ 500.000,00 para a máquina 1 e R$ 900.000,00 para a máquina 2) e do custo variável, função da quantidade de itens do produto produzidos, que seria igual à demanda anual do produto (estado da natureza) e do custo variável unitário (R$ 20,00 para a máquina 1 e R$ 15,00 para a máquina 2).

Tabela 7.3 – Escolha de um máquina

Máquinas	**Demanda do Produto (Estados da Natureza – θ)**			
	$\theta_1 = 100.000$	$\theta_2 = 75.000$	$\theta_3 = 50.000$	$\theta_4 = 25.000$
	$\pi(\theta_1) = 0,1$	$\pi(\theta_2) = 0,2$	$\pi(\theta_3) = 0,3$	$\pi(\theta_4) = 0,4$
Máquina 1	2.500	2.000	1.500	1.000
Máquina 2	2.400	2.025	1.650	1.275

Na Tabela 7.3 são apresentados os valores para demanda θ_i em quatro cenários com suas respectivas probabilidades $\pi(\theta_1)$, juntamente com os custos totais (em R$ 1.000,00) para cada máquina em cada cenário. Aplicando a equação (7.1), têm-se os valores esperados de custo total para a máquina 1, de R$ 1.500.000,00, e para a máquina 2, de 1.650.000,00. Assim, por esse procedimento de decisão em risco, usando as probabilidades disponíveis, recomenda-se a alternativa 1.

Com essa abordagem tem-se a expectativa de que o menor custo esperado será obtido. Agora, pode-se ilustrar o problema de percepção em relação à qualidade sobre a decisão tomada. Considere que o gerente de produção tenha tomado a decisão indicada e tenha recomendado a compra da máquina 1. Suponha que

após completar um ano, tenha ocorrido o estado da natureza θ_1. Ou seja, apesar de sua menor probabilidade, aconteceu a demanda de 100.0000 itens. Então a diretoria chama o gerente de produção para explicar o custo adicional de R$ 100.000 (diferença entre os custos das duas máquinas, para θ_1). Que explicação poderia ser dada, diferente desta: "A decisão foi correta, tivemos azar"?

Nem sempre a diretoria poderá perceber de imediato que a explicação está plenamente correta. A avaliação simplesmente do resultado final não é suficiente para avaliar a qualidade da decisão. A explicação está no fato de que a decisão foi tomada dentro da abordagem de risco. Nesse sentido, os riscos estão sendo gerenciados, de modo que a máquina escolhida tem a menor expectativa de valor para o custo. Mas, trata-se de expectativa. Para problemas repetitivos é mais fácil explicar e demonstrar. Isto é, se o problema fosse repetido 1.000 vezes, poderia ser observado que na maioria das vezes ocorreriam os valores mais prováveis. De forma aproximada, poder-se-ia dizer que θ_4 tenderia a correr por 400 vezes, enquanto ocorreria θ_1 por 100 vezes. Com isso se teria prejuízo de R$ 100.000, em 100 ocasiões, de um ganho de R$ 275.000, em 400 ocasiões (conforme se vê diretamente na Tabela 7.3). Qual seria mais vantajoso? Ficaria claro que seria a máquina 1. No entanto, uma vez que este problema não é repetitivo, deve ser analisado com a abstração da expectativa de resultado favorável, que por azar, pode não ocorrer.

Deve-se ressaltar que esse problema foi simplificado, sem prejuízo para ilustrar o problema. Poderia ter sido incorporada ao modelo uma avaliação do comportamento do decisor em relação ao risco (aversão, propensão ou neutralidade, com graus variados de intensidade), usando-se uma função utilidade, ao invés do custo, simplesmente. Também se poderia ter incorporado a questão de risco multidimensional, com MAUT.

Em estudo recente, Kunreuther et al. (2013) revelaram numa pesquisa de comportamento em relação a risco, no contexto de seguro, que foram encontrados vários erros em decisões do tipo acima, com base em interpretações equivocadas, por parte de decisores do lado dos clientes, dos reguladores e dos executivos que lidam com seguros.

As pessoas tendem a fazer seguro, quando ocorre uma perda recente. Por outro lado, tendem a ter a sensação de que estão perdendo dinheiro quando fizeram e renovaram seguro regularmente em passado recente, mas não precisaram reclamar ressarcimento por algum evento. Parece haver um estranho arrependimento do cliente por fazer o seguro e não utilizá-lo. Na realidade, muitos desses equívocos são tipicamente observados em vários estudos. O primeiro caso está especificamente relacionado à armadilha psicológica de sobreconfiança e armadilha da prudência, já mencionadas. O segundo caso está relacionado ao problema exemplificado em relação a questões de interpretação no gerenciamento de risco.

A questão de gerenciamento de risco, em situações que envolvem baixa probabilidade e levam a problemas de interpretação da noção de risco, torna-se mais crítica quando a consequência tem um grande impacto. Essa questão é referida na literatura por evento cisne negro (*black swan theory* ou *theory of black swan events*).

Em relação às questões anteriores, de interpretação de valor de risco, com baixas probabilidades, acrescenta-se nesse caso a natureza da consequência que tem um impacto desproporcional, no contexto do problema. Em situações envolvendo essa configuração no espaço de consequências (grande impacto e baixa probabilidade), deve-se avaliar se um modelo de decisão baseado na concepção de utilidade esperada, apenas, é adequado para representar todo o problema. Pode-se concluir que uma parte relevante do problema não está devidamente representada.

7.3.4 Considerações adicionais sobre compensação e não compensação

Compensação entre critérios é um conceito fundamental ainda pouco estudado, embora muito importante na análise de métodos (VINCKE, 1992). Segundo Vincke (1992), a escolha pela utilização de um método de agregação dos critérios, tal como o modelo aditivo, por exemplo, é equivalente a escolher um tipo de compensação entre os critérios. A noção intuitiva de compensação sugere uma quantidade que contrabalanceie a desvantagem de um critério em relação a uma vantagem em outro.

Quanto aos métodos não compensatórios, como os de sobreclassificação, eles requerem uma informação intercritério que corresponde à relativa importância entre os critérios.

Os métodos compensatórios podem favorecer ações não balanceadas; aquelas cuja *performance* é excelente sob algum aspecto (critério), mas é sofrível nos demais. Por outro lado, os métodos não compensatórios favorecem ações mais balanceadas. Estas possuem uma melhor *performance* média (VINCKE, 1992).

Em outras palavras, no procedimento compensatório, uma alternativa com péssima avaliação em um critério pode ter seu valor global compensado por uma avaliação muito boa em outro critério. Evidentemente isso vai depender do grau de importância desses critérios e dos valores considerados na escala de avaliação para cada critério. Isto é, as constantes de escala que estabelecem os *trade-offs* entre os critérios vão permitir a compensação no cômputo da avaliação final da alternativa.

Já no procedimento não compensatório, uma alternativa com péssima avaliação em um critério não terá seu valor global compensado por uma avaliação muito boa em outro critério. O desempenho final da alternativa dependerá apenas

do grau de importância (peso) desses critérios. No entanto, deve-se ressaltar que uma alternativa com péssima avaliação em um critério pode ser rejeitada pelo uso de discordâncias.

Segundo Munda (2008), esses conceitos são muito importantes quando métodos multicritério são aplicados em problemas de políticas públicas. Na avaliação de um projeto, com desempenho muito ruim em impacto ambiental e muito bom em impacto econômico, o uso de procedimento compensatório ou não compensatório é um aspecto muito relevante para o contexto de políticas públicas.

Munda (2008) também considera que alguns métodos de sobreclassificação são semicompensatórios, pois consideram algum tipo de informação sobre o nível de desempenho das alternativas nos critérios. Cita o caso do uso de índices de discordância que são baseados no nível de desempenho da alternativa. Por um lado, o uso de índices de discordância não atende à definição de Fishburn (1976) para o procedimento não compensatório. Por outro lado, isso pode ser questionado quando se considera que esse procedimento não efetua compensação entre critérios. De fato, o uso de índices de discordância tem um significado filosófico diferente nesses métodos de sobreclassificação. Atuam como um veto à relação de sobreclassificação, quando para a minoria dos critérios em favor da alternativa que seria sobreclassificada há uma desvantagem inaceitável da alternativa que sobreclassifica, não implicando isso em compensação entre critérios.

Uma discussão que envolve essa questão de métodos semicompensatórios pode ser efetuada sobre os métodos PROMETHEE. Nesses métodos não há dúvida de que no uso de critério verdadeiro (tipo I), o procedimento é completamente não compensatório. Nesse caso, apenas a informação de pesos dos critérios é utilizada para avaliação das alternativas, visto que a função $F_i(a,b)$ assume apenas valores 0 ou 1.

Para os outros tipos de critério, a função $F_i(a,b)$ pode assumir valores entre 0 e 1, a depender dos valores dos limiares de preferência e indiferença e do nível de desempenho das alternativas. Colocado assim, poder-se-ia dizer que o procedimento é semicompensatório. No entanto, deve-se observar que isso não é totalmente correto. Em primeiro lugar, não se considera exatamente o nível de desempenho das alternativas. A função $F_i(a,b)$ leva em consideração a diferença entre os níveis de desempenho das alternativas para atribuir valores entre 0 e 1, apenas em casos muito específicos. Isso ocorre quando o decisor não pode distinguir de forma clara que essas diferenças são significativas para atribuir indiferença ou para atribuir preferência entre as alternativas em um dado critério. Têm-se para isso os limiares de indiferença e de preferência, que representam zonas de imprecisão na informação e atribuem à função $F_i(a,b)$ valores entre 0 e 1. Fazendo isso, o procedimento irá considerar parte do grau de importância (peso) daquele critério. Isso não é exatamente compensação entre critérios.

7.3.5 *Tópicos adicionais sobre a escolha do método multicritério*

Embora seja uma questão crucial na construção de modelos de decisão multicritério, há poucos estudos dedicados à questão de escolha ou seleção de um método multicritério. A maioria dos trabalhos encontrados na literatura de multicritério está focada na proposição ou melhoria de métodos ou na aplicação de algum desses métodos em um problema específico.

Alguns estudos apresentam comparação entre métodos com base em seus resultados quando aplicados a um mesmo problema. Esse tipo de comparação não tem sentido, visto que diferentes métodos devem apresentar resultados inconsistentes quando aplicados ao mesmo problema. Zanakis et al. (1998) apresentam algumas razões para essa inconsistência, destacando as diferentes parametrizações dos métodos e o uso dos "pesos" de forma distinta em cada método. Destaca-se, ainda, que métodos diferentes têm estruturas axiomáticas ou hipóteses distintas e que não podem ser aplicados de qualquer forma a um mesmo problema sem que essas diferenças sejam consideradas.

Por outro lado, considere-se a proposta de Guitouni e Martel (1998), que se propõem a apresentar um *framework* conceitual para ajudar na escolha de métodos multicritério, embora se trate apenas de um procedimento similar a um guia, baseado em tentativas que comparam 29 métodos. Essa não é a abordagem desejada no contexto discutido neste texto.

A preocupação aqui está na construção de um modelo de decisão, que requer a seleção de um método a partir das características do problema. Essas características devem ser confrontadas com a estrutura axiomática ou conjunto de hipóteses do método em consideração, para que se tenha uma avaliação da adequação.

Em muitos casos, durante o processo de modelagem, pode ser necessário uma mudança ou ajuste no método, ou mesmo a proposição de um novo método, que deve ser elaborado para atender às especificidades requeridas pela situação em análise.

A preocupação com a racionalidade do decisor é um aspecto importante a considerar nessa questão, conforme destacado na Figura 7.6. Simon (1955) destacou a importância dessa questão, antes que a maioria dos métodos de decisão multicritério fosse desenvolvida. No entanto, não se pode afirmar que a maioria dos modelos de decisão desenvolvidos como aplicações desses métodos tenha tido esta preocupação.

Além dos vários aspectos já abordados anteriormente, observa-se que a escolha do método multicritério depende de vários fatores, destacando os seguintes (ALMEIDA, 2003):

- o problema analisado;
- o contexto considerado e o tempo disponível para o processo;
- as informações disponíveis e o seu grau de precisão;
- a estrutura de preferências do decisor, integrada com a racionalidade requerida (compensatória ou não compensatória);
- a problemática.

O problema analisado deve ser o centro do processo decisório, incluindo como parte do problema, para essa visão, as preferências do decisor.

No contexto de uma decisão nas organizações deve-se considerar esforço em tomar a decisão, que naturalmente está associado ao prazo disponível para tal. Isso leva a uma preocupação por simplificação no processo, sendo este um dos aspectos que influenciam a construção dos modelos. Edwards e Barron (1994) destacam a importância de procedimentos simples para a modelagem de problemas de decisão. Destacam que o fator-chave para a escolha de métodos está relacionado ao *trade-off* entre erro de modelagem e erro de elicitação.

A estrutura de preferências do decisor é particularmente importante e pode ser o fator preponderante na seleção do método. Aspectos de simplicidade e facilidade de aplicação podem ser requeridos dependendo do contexto considerado para solucionar um determinado problema.

Um aspecto importante na escolha do método é que não se pode separar a avaliação de importância dos objetivos ou critérios do procedimento de agregação a ser utilizado. Por esse motivo, as etapas 6, 7 e 8, da segunda fase no procedimento de construção de modelos de decisão são interligadas de forma recursiva. A avaliação intercritério está ligada ao método pela sua estrutura axiomática.

Outro fator já mencionado se relaciona à preferência do analista por um método em particular. Frequentemente essa preferência traduz-se numa grave distorção, sendo definitiva na escolha do método para analisar o problema. Isso pode ocorrer apenas por uma questão de preferência ou devido à pouca familiaridade com outros métodos, que poderiam ser mais apropriados a um dado problema em questão (ALMEIDA, 2003). Uma preocupação com uma possível tendência nesse sentido é associada com a questão ética, que vem sendo discutida na literatura. Brans (2002) destaca a racionalidade, a subjetividade e a ética como três polos de influência no processo decisório. Rauschmayer et al. (2009) discutem a questão ética no processo de modelagem, afirmando que a escolha de métodos e sua parametrização não é neutra e que pode ocorrer um problema ético se:

- os resultados são sistematicamente distorcidos em função de interesses de outros;

- as hipóteses não são compartilhadas com os interessados no processo decisório;
- as hipóteses são selecionadas de forma malevolente.

Note-se que a segunda questão acima, no procedimento apresentado, é resolvida na interação entre analista e decisor ao longo do processo, e de maneira mais formal deve ser documentada na etapa 11, quando da elaboração do relatório final com a recomendação. Isto é, a recomendação não constitui apenas a(s) alternativa(s) selecionada(s). Deve incluir também um relato do conjunto de hipóteses, simplificações e resultados da análise de sensibilidade estabelecidos ao longo do processo.

7.3.6 O gerenciamento de tempo e o processo decisório

Há muitos trabalhos que lidam com essa importante questão de gerenciamento de tempo. Naturalmente, esse assunto não será analisado neste texto, mas algumas considerações são necessárias sobre sua relação com o processo decisório.

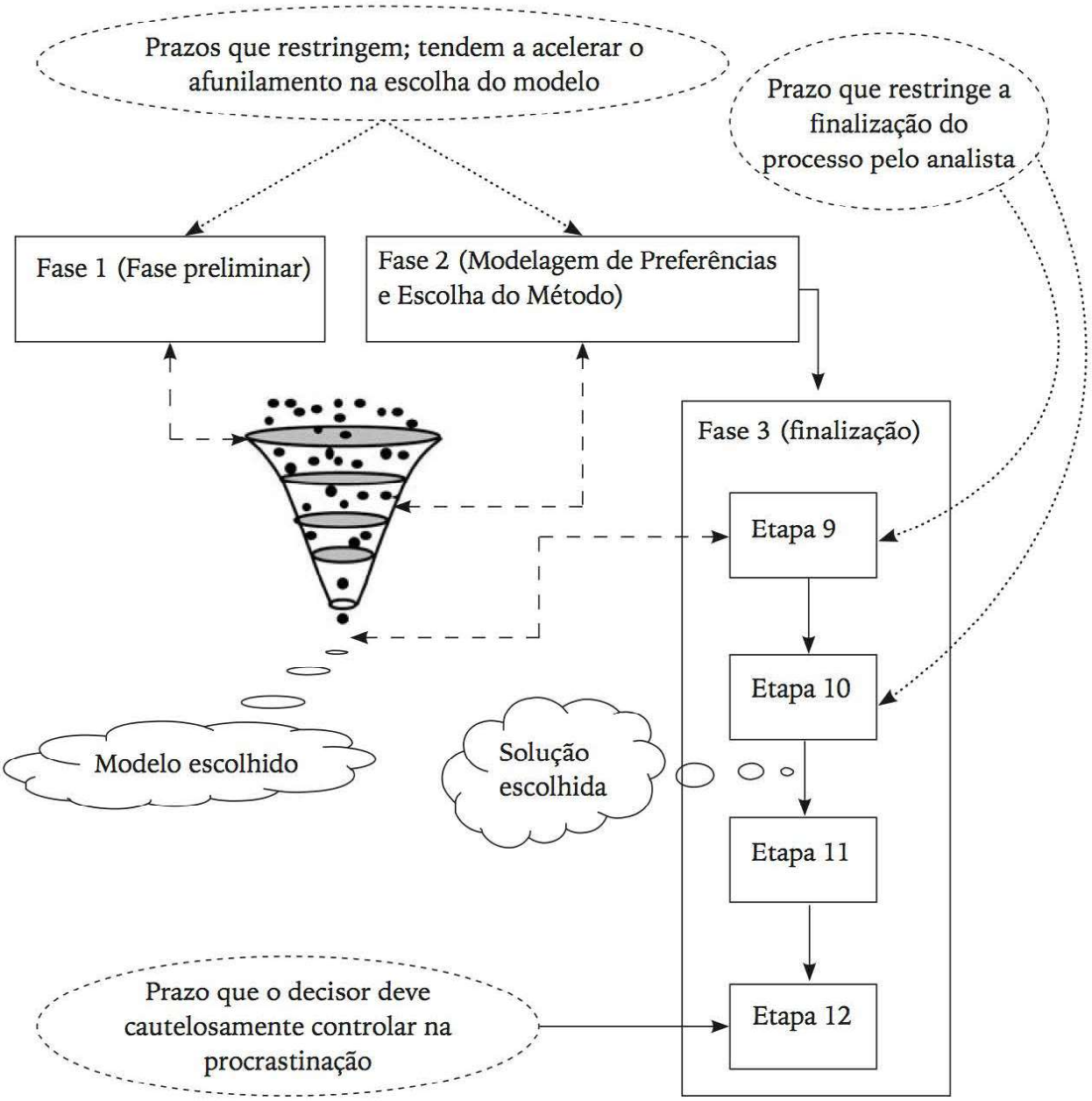
Neste tema, a questão principal está relacionada aos prazos. Dois prazos se destacam:

- Que prazo o decisor tem para tomar a decisão?
- Que prazo o analista tem para aplicar o modelo de decisão?
- Uma vez tomada a decisão, há alguma folga de tempo para agir?

A Figura 7.7 mostra essa relação entre prazos (no gerenciamento de tempo) e o processo decisório. O primeiro prazo acima tem efeito nas fases 1 e 2 do procedimento apresentado na Figura 7.3. Essas fases são relativas à construção do modelo e há uma preocupação da restrição do prazo sobre a simplificação excessiva desse modelo. O segundo prazo tem efeito sobre o analista, na fase de finalização (3). Nessa fase, o analista deve agilizar a aplicação do modelo de decisão e desenvolver os procedimentos técnicos necessários para identificar a solução que o modelo recomenda. Esse prazo é remanescente do prazo inicial.

O terceiro prazo tem efeito na etapa final (12), visto que a decisão já foi tomada. Não há mais o tipo de preocupação que há com os prazos anteriores. Nessa etapa de implementação da ação, outra questão surge em relação ao prazo, quando se considera o processo de procrastinação.

Figura 7.7 – O processo decisório e os prazos no gerenciamento de tempo



Como se observa na Figura 7.7, o prazo para a tomada da decisão vai ter implicações sobre a própria preocupação do decisor em escolher uma abordagem mais sofisticada. A depender do contexto organizacional, numa situação com prazo muito curto, o decisor pode impor uma grande simplificação ao analista, na partida do processo. Em qualquer que seja a situação, o prazo para a tomada da decisão terá um impacto muito relevante no processo de construção do modelo de decisão.

Esse prazo influencia diretamente no afunilamento para escolha entre os modelos, conforme ilustrado na figura, para cada uma das etapas nas fases 1 e 2. Quanto maior o prazo, mais elaborada será a passagem pelo funil e mais cautelosa será a seleção do modelo final para a tomada de decisão.

Ao final da fase 2, tem-se um modelo selecionado, que será utilizado na etapa 9. As etapas 9 e 10 têm características muito mais técnicas e operacionais e vão requerer agilidade do analista, que poderá ter apoio de ferramentas para conduzir essas etapas. O efeito do prazo sobre a etapa 11 não é representado na Figura 7.7, por ter relativamente menor impacto.

Finalmente, tem-se a etapa 12, na qual a questão de prazo tem uma distinção em relação às anteriores. Nesse caso, a ideia é usar todo o tempo ainda disponível e atrasar a aplicação da ação. O processo de procrastinação requer muita prudência, conforme alertado na descrição da etapa 12. Não se pode atrasar a solução de um problema que requer ação imediata. Esse processo depende muito do contexto organizacional.

Espera-se que a ilustração proporcionada na Figura 7.7 possa dar clareza a essa questão de prazos no processo decisório. A ideia é agilizar as fases 1 e 2, desde que não comprometa a construção do modelo. A visão do funil ilustra bem o que se quer realçar. Ao agilizar essas fases, sem comprometê-las, pode-se ter mais tempo para amadurecer o processo de implementação da solução final. Isso depende do tipo de problema e contexto organizacional. Nem sempre isso será necessário.

Nesse ponto, é interessante a ilustração do gerente que abusava do processo de procrastinação, aplicando-o nas fases 1 e 2. Ao ser questionado sobre sua decisão, costumava dizer que iria aguardar que "as coisas se definissem", ou dizia que iria "esperar a poeira baixar". Esse gerente sempre evitava decidir e sempre atrasava o processo. Então, acontecia que várias alternativas se tornavam inviáveis ao longo do tempo, facilitando o processo de escolha com as poucas alternativas restantes. Esse gerente tinha a percepção de que seu risco se reduzia por não ter que fazer escolhas, mas a perda para a organização era recorrente.

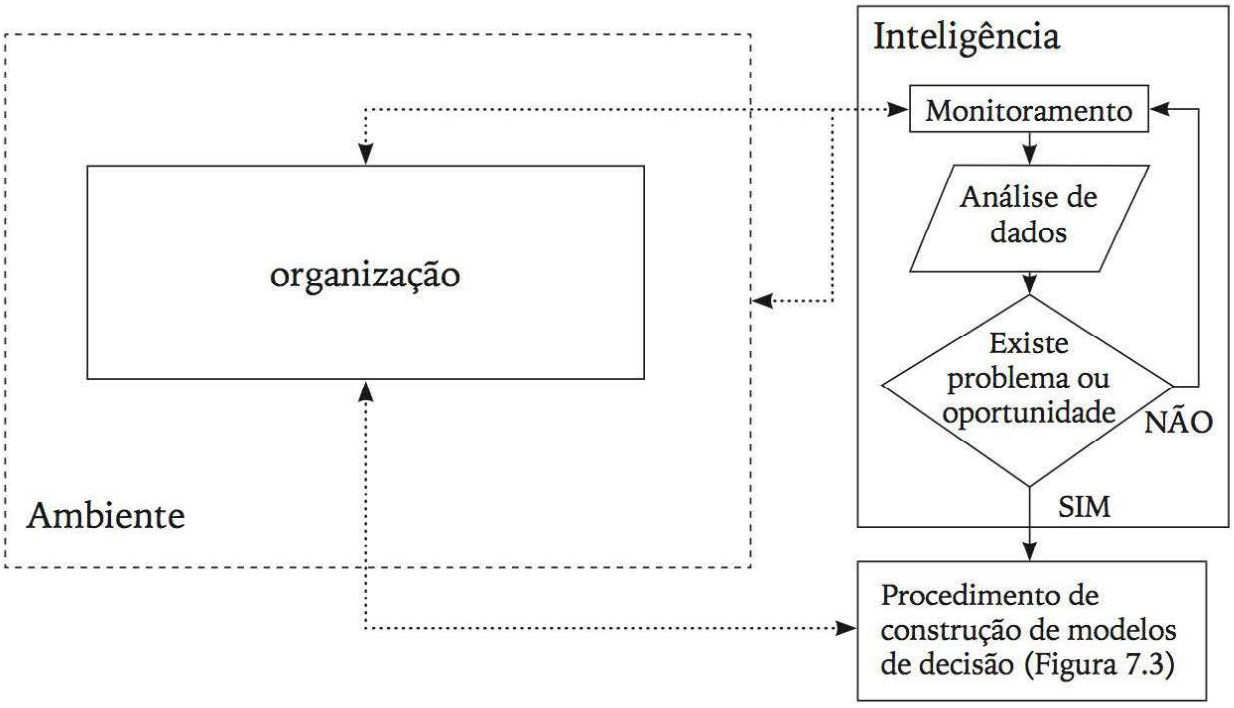
Os aspectos psicológicos, de ancoragem e os efeitos de eventos recentes podem afetar o julgamento no gerenciamento de tempo no processo decisório, em relação às questões já abordadas. Alguns tentam agilizar mais do que precisam e outros atrasam além do que podem. A dosagem do tempo no processo decisório é um elemento muito importante.

7.4 O estágio de inteligência

O procedimento anterior não considera o estágio de inteligência do processo decisório, conforme sugerido por Simon na Figura 1.2. O procedimento inicia a partir da necessidade de se resolver um problema, ou seja, após o reconhecimento da existência de um problema, conforme ilustrado na Figura 7.1.

Esse estágio de inteligência implica a monitoração contínua da organização e de seu ambiente no sentido de se perceber quando poderá surgir um problema de forma proativa ou quando há uma oportunidade de decisão a ser avaliada. A Figura 7.8 mostra a forma de integração desse estágio ao procedimento apresentado na Figura 7.3, no contexto organizacional.

Figura 7.8 – Integração do estágio de inteligência ao procedimento de construção de modelos



Conforme se observa na Figura 7.8, por intermédio do monitoramento da organização e do ambiente no qual está inserida, se obtêm dados relevantes relacionados ao comportamento dos processos da organização e de seus ambientes internos e externos. A análise contínua desses dados, num processo proativo, busca a resposta a duas questões:

- Existe uma situação problema, presente ou futura, que demanda uma ação antecipada por parte da organização?
- Existe uma oportunidade de decisão, dada a possibilidade de se explorar alguma nova oportunidade que surge ou surgirá no futuro?

Nesse processo contínuo de monitoração, caso a resposta às questões acima seja "NÃO", então, retoma-se o processo de monitoramento, com a nova obtenção e tratamento de dados. Caso a resposta seja "SIM" para qualquer dessas questões, desencadeia-se um processo de tomada de decisão na organização com uso do procedimento de construção de modelos, que tem uma ligação à organização para implementação de uma ação.

O procedimento de construção de modelos da Figura 7.3, que é um módulo mostrado na Figura 7.8, tem também uma ligação com a organização para o caso de reconhecimento da existência de problemas pelo processo tradicional, que tem característica mais reativa do que proativa.

É evidente que, na Figura 7.8, os módulos que representam o estágio de inteligência e o procedimento de construção de modelos, embora representados externamente para destaque, estão inseridos internamente, como processos de gestão e de decisão da organização.

Uma forma de se implementar o estágio de inteligência é por meio do desenvolvimento de uma gestão estratégica, empregando uma das diversas abordagens disponíveis na área de estratégia. A abordagem VFT incorpora esse estágio proposto por Simon, conforme se vê a seguir.

Keeney (1992) destaca a forma tradicional de resolver problemas, abordada na maioria dos textos sobre decisão, que é focada nas alternativas (*Alternative-Focused Thinking* – AFT). Usualmente, um problema é apresentado na forma de um conjunto de alternativas para o qual se deseja analisar e escolher uma ou ordenar ou classificar as alternativas (AFT). É dessa forma que tem sido concebido um problema de decisão.

A proposta VFT sugere tratar a situação que se pretende analisar como oportunidade de decisão, na qual inicialmente são focadas as necessidades e aspirações do decisor e em seguida é iniciado um processo criativo de elaboração de alternativas. Assim, o processo é focado no valor (objetivos).

A abordagem clássica (AFT) teria como meta, a partir do conjunto de alternativas já disponível, obter a melhor alternativa. É a forma natural como aprendemos a lidar com decisões. De forma bem simples, consiste essencialmente nas seguintes etapas:

a) descobrir quais alternativas estão disponíveis;

b) escolher a melhor entre estas.

A abordagem VFT envolve começar do melhor, visando à estrutura de valores sobre os objetivos, e a trabalhar para torná-la realidade. De forma simples, essencialmente consiste nas seguintes etapas: (a) decidir o que se quer; (b) descobrir como obter o que se quer.

Keeney (1992) apresenta a seguinte visão de passos na abordagem AFT em problemas de decisão:

1. Reconhece o problema de decisão.
2. Identifica alternativas.
3. Especifica valores.
4. Avalia alternativas.
5. Seleciona uma alternativa (no caso de problemática de escolha).

Já na abordagem VFT em problemas de decisão, os seguintes passos são visualizados por Keeney (1992):

1. Reconhece o problema de decisão.
2. Especifica valores.
3. Cria alternativas.
4. Avalia as alternativas.
5. Seleciona uma alternativa (no caso de problemática de escolha).

Quando a abordagem VFT é utilizada para oportunidade de decisão, no passo 1 acima, ao invés de reconhecer o problema, identifica uma oportunidade de decisão. Keeney (1992) mostra também que a oportunidade de decisão pode surgir após a especificação dos valores. Nesse caso tem-se:

1. Especifica valores.
2. Cria uma oportunidade de decisão.
3. Similar acima para o passo 3 em diante.

Esse processo no qual o decisor reconhece o problema de decisão está muito associado à postura reativa adotada por alguns gerentes, representando uma visão menos rica no processo de gestão. Já na outra abordagem, o decisor se antecipa e cria oportunidades de decisão, ou mesmo procura identificar oportunidades de decisão, o que está diretamente associado à postura proativa adotada por alguns gerentes, representando uma visão mais desejável no processo de gestão.

8

Aplicações e alguns modelos de decisão

São apresentados alguns modelos de decisão para situações específicas, incluindo também alguns detalhes para a problemática de portfólio. Por fim, algumas aplicações práticas disponíveis na literatura são apresentadas.

8.1 Modelos de decisão específicos

Neste item, são apresentados alguns modelos de decisão para abordagem de situações específicas, com a utilização de alguns dos métodos já apresentados.

8.1.1 Problemática de portfólio

A problemática de portfólio já definida anteriormente requer um maior detalhamento em função de sua demanda na formulação de vários problemas.

Essa problemática consiste na seleção de um subconjunto dentro de um conjunto de alternativas, sob algumas restrições que limitam a possível seleção dessas alternativas para o subconjunto chamado de portfólio.

O problema de decisão de portfólio (PDP) pode ocorrer em muitas áreas (VETSCHERA; ALMEIDA, 2012), incluindo:

- Seleção de projetos; nesse tópico, a seleção de projetos de P&D (Pesquisa e Desenvolvimento) é bem comum.
- Seleção de portfólio financeiro, que pode incluir a combinação de vários itens de investimento, tais como ações.
- Localização de um conjunto de instalações (BRANS; MARESCHAL, 1992) ou filiais de uma empresa.
- Combinações de composição química (NIKOLIC et al., 2009).
- Composição de alternativas de transportes.
- Planos de uso e distribuição de terras ou propriedades.

O problema geral de portfólio, também chamado de problema da mochila, consiste em escolher o portfólio que tenha o máximo valor:

$$\max_{p_r \in P} V(p_r),$$

sujeito a um conjunto de restrições.

Onde:

$V(p_r)$ é o valor do portfólio p_r.

P consiste no conjunto dos possíveis portfólios p_r. Cada portfólio p_r é constituído pela combinação das m alternativas do conjunto de alternativas. O número de possíveis portfólios é dado por $|P| = 2^m$, sendo que cada portfólio pode ser representado por $p_r = [x_1, \ldots, x_m]$, onde:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se o projeto } X_i \text{ está incluído no portfólio} \\ 0 \text{ se o projeto } X_i \text{ não está incluído no portfólio} \end{cases}$$

Podem ser considerados dois tipos de restrições:

- restrições aditivas;
- restrições não aditivas.

A restrição aditiva geralmente envolve a utilização de recursos. Nesse caso, quando se acrescenta mais uma alternativa a um portfólio qualquer, aumenta o valor desse recurso, aproximando-se mais do limite de restrição.

A restrição não aditiva significa que quando se acrescenta uma alternativa a um portfólio qualquer, não necessariamente se aproxima mais do limite de restrição. Geralmente não envolve a simples utilização de recursos. Esse tipo de restrição inclui a situação de condições de agrupamento de alternativas, como por exemplo: condições para localização de várias instalações ou condições para alocação de recursos entre diferentes departamentos. Essas restrições podem incluir alternativas mandatórias, ou a exclusão da combinação de algumas alternativas.

Um típico problema de portfólio de projetos envolve a restrição de atendimento a um orçamento (B – *Budget*), a partir do custo c_i de cada projeto (restrição tipicamente aditiva):

$$p_r \,.\, C \leq B,$$

onde C representa o vetor dos custos dos projetos, $C = [c_1, c_2, \ldots, c_m]^T$.

No contexto multicritério, o valor $V(p_r)$, do portfólio p_r, além de considerar o valor de cada alternativa, também inclui a agregação dos valores nos diversos critérios.

8.1.1.1 Portfólio com método multicritério não compensatório

Quando se considera, na avaliação multicritério, uma racionalidade não compensatória, deve-se usar um método com essa característica, tal como o PROMETHEE V. Esse método consiste simplesmente em considerar no lugar de $V(p_r)$ os escores obtidos por meio do PROMETHEE II.

No entanto, o uso desse método requer cuidados com a questão de transformação de escalas no método PROMETHEE II, que implica a obtenção de diferentes soluções de portfólio com diferentes quantidades de projetos e que não podem ser diretamente comparados, conforme demonstrado por Almeida e Vetschera (2012).

8.1.1.2 Portfólio com método multicritério compensatório

Considerando-se uma racionalidade compensatória, deve-se avaliar qual o modelo de agregação mais adequado. Para o caso do modelo aditivo, tem-se:

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^{m} \left[x_i \sum_{j=1}^{n} k_j v_j(a_i) \right],$$

onde a função valor $v_j(a_i)$ para o critério i é utilizada no modelo aditivo, com as constantes de escala k_j. Com o valor global de cada alternativa, tem-se o valor do portfólio, com base nas alternativas, a_i, que o compõem, ou seja, para as quais $x_i = 1$.

A problemática de portfólio pode ser resolvida da forma acima, tomando-se os devidos cuidados para a forma de agregação dos critérios, e considerando-se também a forma da função valor $v_j(a_i)$.

Nesse caso, também se deve tomar cuidado com as escalas utilizadas, visto que na maioria dos procedimentos utilizados com o modelo aditivo há problemas de escala, conforme mostrado em Almeida e Vetschera (2013).

8.1.1.3 Portfólio com método multicritério compensatório e sinergias entre projetos

Há algumas situações em que podem ocorrer sinergias entre projetos, no sentido de obtenção de benefício adicional, além dos benefícios que cada projeto individualmente fornece e que são avaliados por meio da função valor $v_j(a_i)$ para cada critério. Um modelo que inclui avaliação de sinergias entre pares de projetos é apresentado a seguir (ALMEIDA; DUARTE, 2011):

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^{m} x_i v(a_i) + \sum_{i=1}^{m} \left[x_i \, v(a_i) \sum_{k=1}^{m} x_k s_{ik} \right],$$

onde:

A sinergia, denotada por s_{ik}, consiste no grau de contribuição do projeto a_k com o projeto a_i. Os valores de sinergia são fornecidos pelo decisor ou especialistas nos projetos analisados.

$v(a_i)$ consiste no valor global da alternativa a_i, já considerada a agregação para cada critério por meio das funções valor $v_j(a_i)$ para cada critério j. No caso de modelo aditivo, tem-se:

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^{n} k_j v_j(a_i).$$

8.1.2 Modelo de decisão para espaço de ações sequencial

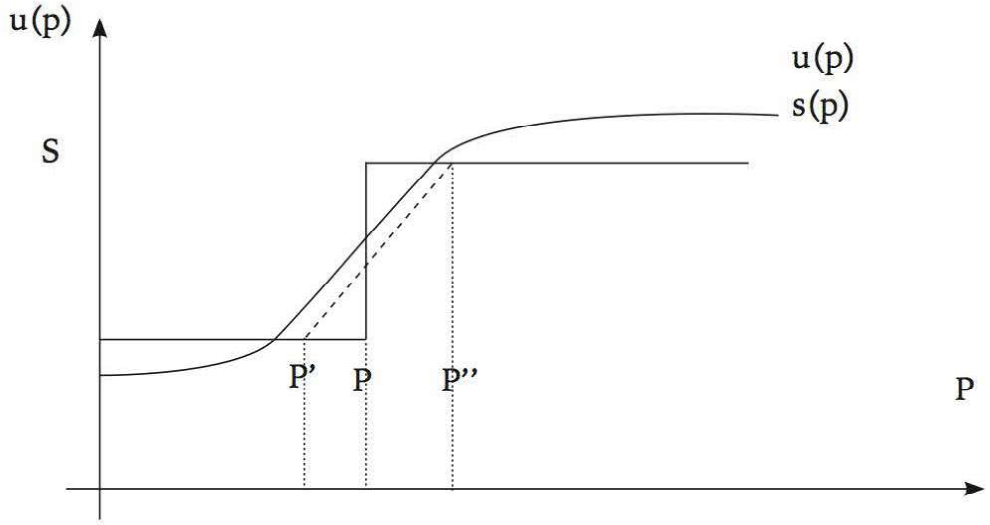
Essa abordagem se aplica ao problema de decisão com espaço de ações sequencial. Conforme mencionado anteriormente, nesse tipo de problema as alternativas do conjunto A são apresentadas ao longo do tempo t e permanecem válidas (disponíveis) por algum tempo limitado d (d = v – t). Tem-se, então, o conjunto A formado por alternativas a_{it}^{v} que se apresentam ao longo do tempo t e permanecem até o tempo v.

No exemplo para venda da casa, Simon (1955) diz que um dado preço P pode ser considerado aceitável. Qualquer valor acima é considerado satisfatório e abaixo, insatisfatório. Na concepção de psicologia, o limite seria fixado como nível de aspiração. Na concepção de teoria da utilidade, o limite seria fixado no preço que implique a indiferença entre vender e não vender a casa (concepção de custo de oportunidade). Simon (1955) faz objeção ao uso de uma função valor que o decisor tenta maximizar, devido ao contexto da situação com espaço de ações sequencial.

A Figura 8.1 mostra uma função utilidade u(p) aplicável a um problema com espaço de ações fixo e uma curva s(p) com a função de transição no nível de aceitação S. Essa curva s(p) pode ter o nível de transição bem definido para o preço P, que é aceitável. Pode ocorrer que haja uma indeterminação do nível de aceitação, que pode ser representada pela curva tracejada com uma faixa de indeterminação entre P' e P''. Nesse caso, haveria a certeza de que o nível de aceitação está a partir de P'', sendo insatisfatórias as alternativas com preços abaixo de P'.

Simon (1955) diz que em tal situação o decisor escolhe suas alternativas baseado em seus níveis de aspiração, abordagem chamada de solução satisfatória. Avalia se uma dada alternativa é aceitável ou não. Simon (1955) diz que o decisor vai buscar alternativas até encontrar uma que atenda a seus níveis de aspiração em todos os critérios considerados relevantes. Então, o decisor aceita aquela alternativa e para a busca por outras. Esse nível de satisfação pode também se ajustar gradualmente aos valores dos subconjuntos de alternativas que vêm sendo ofertados ao decisor.

Figura 8.1 – Função utilidade para ações sequenciais



Pode ocorrer de o decisor baixar seu nível de aspiração para um valor inferior a uma alternativa que ele já recusou anteriormente, por considerar insatisfatória em outro momento.

Essa abordagem tem sido considerada na literatura como sendo não compensatória, embora nem sempre este seja o caso. O fato de a abordagem não ser compensatória ocorre muitas vezes pelo não uso de um suporte formal para solução de problemas desse tipo.

Para resolver um problema similar foi utilizada a problemática de classificação, em que o decisor pode estabelecer três classes: a primeira classe seria satisfatória, a última classe seria não satisfatória e uma classe intermediária, que incluiria situações intermediárias em que o decisor poderia, em uma situação mais especial (risco de não encontrar o que busca, em tempo, por exemplo), considerar as alternativas satisfatórias. O problema resolvido envolveu a seleção de projetos de clientes em uma empresa de consultoria, onde se aplicou o método ELECTRE TRI.

8.1.3 Modelos integrando função utilidade com métodos de sobreclassificação

Tem havido alguns trabalhos na literatura apresentando a combinação de diferentes métodos. No entanto, deve-se observar que isso deve ser efetuado com muito cuidado de forma a avaliar a compatibilidade das estruturas axiomáticas envolvidas. Tem sido observado que, do ponto de vista prático, o desenvolvi-

mento de métodos híbridos tem contribuído muitas vezes de forma mais realista para solução de alguns problemas (BEHZADIAN et al., 2010).

A seguir, é apresentada uma abordagem para integração de métodos de sobreclassificação, devido ao processo não compensatório na avaliação intercritério, com função utilidade, que trata de forma muito adequada variáveis com comportamento probabilístico bem estabelecido.

Nesse caso, a teoria da utilidade pode ser aplicada em problemas com múltiplos objetivos sem a tradicional abordagem proporcionada por MAUT. Assim, os múltiplos critérios são analisados sem que haja uma agregação desses critérios através de uma única função de síntese.

Isso é obtido incorporando em dado estágio o método ELECTRE, para análise e exclusão de algumas alternativas através de índices de concordância e discordância. A combinação da teoria da utilidade com o método ELECTRE foi efetuada na análise de um problema de seleção de contratos e em terceirização em situações diferentes (ALMEIDA, 2002b; ALMEIDA, 2005a; ALMEIDA, 2007) e na análise de riscos de gasodutos (BRITO et al., 2010).

Poucos estudos têm sido desenvolvidos envolvendo os métodos ELECTRE e função utilidade. Vários estudos são encontrados na literatura envolvendo questões tais como: a utilização de índices para apoio a decisão com base em visões do método ELECTRE e MAUT, sem efetuar uma integração entre os dois; comparação entre os métodos no contexto de uma aplicação; estudo sobre os fundamentos conceituais dos métodos ELECTRE e MAUT, sem tratar sobre a possibilidade de integração entre função utilidade e método ELECTRE.

A motivação para esse processo de integração decorreu de resultados anteriores no desenvolvimento de modelos de decisão multicritério, em que houve a necessidade de uso das propriedades da função utilidade. Essa função utilidade foi possibilitada no estudo unidimensional. Entretanto, houve dificuldades para a agregação por meio de uma função única de síntese, como, por exemplo, através de uma função utilidade multiatributo.

Aspectos de incerteza inerentes ao contexto do problema podem ser incorporados de forma apropriada através das funções utilidade para cada critério. Observa-se ainda que essa combinação permite obter alguma facilidade no uso dos índices de discordância do método ELECTRE associada à interpretação direta da escala cardinal de diferenças na função utilidade.

O uso da função utilidade e a exploração das características e resultados da Teoria da Utilidade permitem um maior enriquecimento da aplicação em relação ao simples e direto uso do método ELECTRE. Esse aspecto é mais ressaltado quando se consideram as incertezas inerentes a alguns tipos de problemas.

Esses estudos deverão ser continuados explorando de forma integrada outros aspectos teóricos e de facilidade de interação com o decisor, proporcionados pelas duas abordagens. Uma das propostas, em estudos futuros, consiste na combinação dos princípios básicos do método ELECTRE com os da Teoria da Utilidade. Os índices de concordância e discordância dos métodos ELECTRE são aplicados aos dados de avaliação de cada alternativa de ação depois da introdução de funções utilidade. Observa-se que o estudo mostra alguma facilidade no uso dos índices de discordância associada à interpretação direta da escala intervalar na função utilidade.

8.2 Comentários sobre aplicações práticas em MCDA

Algumas aplicações práticas, de natureza específica, são consideradas em seguida. Numa visão mais geral, uma breve conceituação sobre indicadores de desempenho também é analisada.

8.2.1 Escolhas entre MAUT e métodos de sobreclassificação

Para um mesmo decisor podem ocorrer situações que requerem uma abordagem compensatória em dado momento, sendo que, em outras circunstâncias, a abordagem não compensatória pode ser a mais apropriada para esse mesmo decisor.

A escolha de uma abordagem com critério único de síntese (tal como MAUT, função valor aditiva, ou outras) é apropriada para o caso de um decisor que esteja em conformidade com a racionalidade proposta pela estrutura axiomática da teoria, que de partida implica uma lógica de compensação entre os critérios, de modo a se obter uma função de síntese que agregue todos os critérios numa única função analítica. Deve-se destacar que outras abordagens permitem a avaliação multicritério sem que seja necessária a agregação desses critérios por meio de uma única função de síntese, tal como os métodos de sobreclassificação (ex: ELECTRE). Em alguns casos, para um decisor ou em um contexto em particular, pode ser que esse seja o caminho mais adequado.

Alencar e Almeida (2010) e Brito e Almeida (2009) destacam a importância da utilização do MAUT nos modelos multicritério desenvolvidos em estudos específicos. A escolha de MAUT foi motivada pelo fato de que esse método tem um protocolo bem estruturado, apoiado por uma estrutura axiomática sólida e consistente para decisões que envolvem situações com incertezas. Além disso, na etapa de modelagem probabilística, as incertezas são inseridas dentro da estrutura axiomática, possibilitando uma abordagem mais consistente com relação

à aplicação de MAUT em problemas de decisão multicritério sob situações de incerteza. Essa etapa da modelagem probabilística é um complemento à modelagem de preferências do decisor.

Em outros problemas foram desenvolvidos o uso integrado do método ELECTRE com função utilidade (ALMEIDA, 2002b; ALMEIDA, 2005a; ALMEIDA, 2007; BRITO et al., 2010). Esses problemas requereram o uso de uma abordagem que capturasse a condição de comportamento probabilístico das consequências, na avaliação intracritério, mas requeriam também uma abordagem não compensatória para a avaliação intercritério.

8.2.2 Indicadores de desempenho

Um dos problemas mais demandados na gestão das organizações está relacionado ao uso de Indicadores de Desempenho Gerenciais, que podem ser aludidos simplesmente por Indicadores de Desempenho ou Indicadores Gerenciais. A questão relativa a indicadores pode envolver vários problemas, dentre os quais:

- a formulação dos indicadores;
- a forma na qual esses indicadores são utilizados;
- o estabelecimento dos níveis de referência ou metas de desempenho a serem alcançados.

Pela sua natureza, várias das questões relativas a indicadores estão muito relacionadas a um problema de decisão multicritério. O próprio desempenho em si está relacionado a múltiplos objetivos organizacionais.

A formulação desses indicadores deve estar associada aos objetivos do sistema ou subsistema que se deseja avaliar. Deve-se visualizar o processo, com seus *inputs* e *outputs* para se entender o funcionamento desse sistema e se estabelecer que indicador possa representar melhor o que se quer medir. A visão de BPM (*Business Process Management*) pode ser útil para se ter uma visão estruturada da organização, antes de se discutir indicadores de desempenho organizacionais.

Na elaboração desses indicadores, frequentemente surgem situações em que múltiplos objetivos devem ser considerados. Nesse caso, a construção de um indicador de desempenho certamente conduzirá ao uso de um método multicritério numa abordagem que agregue todos os critérios em um único critério de síntese, o que redunda no próprio indicador. Podem ser produzidos indicadores específicos e separados para cada objetivo. Nesse caso, a preocupação se concentra na avaliação intracritério para a formulação desse indicador.

De qualquer forma, o fundamental na preparação de qualquer indicador é que o processo de elaboração seja baseado nos objetivos que os decisores desejam atingir. Os atores envolvidos no processo decisório devem estabelecer objetivos, estruturá-los, e, em seguida, criar atributos que permitam medi-los. A abordagem VFT proposta por Keeney (1992) mostra uma forma muito consistente para a condução dessa ação. A busca de informação factual, com o uso de dados, deve seguir a direção indicada pelos objetivos dos decisores.

Se o processo de formulação de indicadores de desempenho tomar por base a manipulação desordenada de dados, sem um rumo preestabelecido, esse procedimento pode levar a qualquer direção, incluindo um desvio da direção desejada. Ou seja, esse tipo de procedimento *ad hoc* é tão estocástico quanto o destino ao qual ele direciona.

Posteriormente vem a forma na qual esses indicadores são utilizados. Esses indicadores devem ser utilizados dentro do contexto em que foram criados. Nessa fase, a coerência nem sempre está presente em muitas aplicações. Comumente há uma tendência em se tomar emprestados indicadores que foram formulados para um dado contexto, e usá-los em diferente situação. Não é difícil perceber o tipo de desvio que isso pode acarretar.

Para o uso desses indicadores pode-se efetuar uma comparação de resultados de desempenho com referências preestabelecidas. O estabelecimento dos níveis de referência ou metas de desempenho a serem alcançados deve ser tratado como um problema de decisão à parte. Deve-se, na fase de planejamento, decidir que *performance* o processo sob análise deve ter.

O item a seguir apresenta algumas considerações específicas para interpretação de indicadores de desempenho na avaliação de alternativas, com a utilização de escala com a abordagem MAUT. No outro item, há alguns comentários sobre indicadores para avaliar periódicos científicos, contextualizado a um processo específico na avaliação da pós-graduação.

8.2.3 Interpretação dos indicadores na escala de MAUT

A escala intervalar da função utilidade permite a comparação de incrementos do valor de utilidade entre as alternativas. Nos estudos de Brito e Almeida (2009) e Alencar e Almeida (2010) mostra-se como o decisor pode utilizar essa informação para avaliar incrementos de risco em relação às seções dos gasodutos. Esses incrementos são apresentados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Razões de incrementos de utilidade

Posição da alternativa no *ranking*	**Alternativa**	**$U(R_4) - u(R_5)$**	**Razão = $u(R_4) - u(R_5)/ u(R_5) - u(R_6)$**
R_1	S_7	15	1,071
R_2	S_3	14	0,933
R_3	S_2	15	0,625
R_4	S_4	24	8,000
R_5	S_1	03	1,000
R_6	S_6	03	0,750
R_7	S_8	04	1,000
R_8	S_{10}	04	1,000
R_9	S_9	04	–
R_{10}	S_5	–	–

A partir dos valores disponibilizados na Tabela 8.1 verifica-se que a alternativa S_7 deve ser a primeira a receber uma alocação de recursos disponíveis no programa de prevenção para minimização do risco, por apresentar o maior valor dentre os valores dos riscos obtidos relacionados às alternativas consideradas. A partir dos valores mostrados na Tabela 8.1, observa-se também que a diferença entre o risco (utilidade) associado à alternativa S_4 ($u(R_4)$) e à alternativa S_1 ($u(R_5)$) é de 24, enquanto a diferença entre o risco associado à alternativa S_1 ($u(R_5)$) e à alternativa S_6 ($u(R_6)$) é 3. Isso quer dizer que um incremento nos valores do risco da alternativa S_4 para S_1 é 8 vezes maior ($u(R_4) - u(R_5)/u(R_5) - u(R_6)$) que o incremento dos valores de risco da alternativa S_1 para a S_6. Essa análise é baseada no intervalo de escalas da função utilidade. Com base nos valores obtidos através dessa análise é que se podem definir as alternativas que devem ser contempladas com investimentos de recursos disponíveis.

Essa informação fornece ao decisor uma ideia mais adequada do tipo de resultado que essa abordagem pode fornecer para as suas ações e justificativas dentro da organização, incluindo a informação probabilística sobre o comportamento aleatório das variáveis envolvidas nesse problema.

8.2.4 Avaliação de programas acadêmicos

Um problema multicritério interessante está relacionado ao desenvolvimento de modelos multicritério para a avaliação de programas acadêmicos, seja de departamentos ou de cursos.

Keeney et al. (2006) apresentam uma proposta com agregação aditiva para avaliação de programas na área de ciências de decisão nos Estados Unidos, tendo como objetivo evitar os problemas das avaliações baseadas em opiniões obtidas pela mídia. Sugerem que o modelo de agregação aditivo é acessível e compreensível.

O modelo de avaliação de Pós-Graduação conduzido pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) também utiliza um modelo aditivo para agregação dos diversos critérios. Alguns problemas com o uso do modelo aditivo são apontados por Keeney et al. (2006), destacando a tendência para estabelecer pesos com base apenas no grau de importância dos critérios. Miranda e Almeida (2004) também abordam essa questão, realizando um estudo na área de Engenharias III na CAPES, enfatizando o problema de independência entre os critérios. Miranda e Almeida (2003) mostram como seria esta avaliação considerando a problemática de classificação, com uma abordagem não compensatória.

Nossa experiência nesse tipo de avaliação mostra que há dificuldades para implementar outros modelos, que não sejam de agregação aditiva. Essa questão é também visualizada por Keeney et al. (2006). Ademais Keeney (1992) mostra que qualquer problema pode ser representado pelo modelo aditivo, a depender de como a estruturação dos objetivos é conduzida.

Considerando o uso de um modelo aditivo nesse problema, dentre as principais dificuldades encontradas, tem-se o estabelecimento das constantes de escala. Esse problema foi facilmente observado no processo de avaliação da CAPES. Keeney et al. (2006) também observaram situação similar na proposta para avaliação de programas nos Estados Unidos.

Outro problema encontrado na avaliação da CAPES estava relacionado à função valor para avaliação intracritério, que não apresentava limites de escala para agregação de alguns subcritérios. No caso da produção científica, o modelo de agregação aditivo considerava vários itens, tais como: quantidades de publicações em periódicos, congressos e capítulos de livro, sem uma conversão prévia nas escalas, e sem limitação para as quantidades de cada item. Posteriormente, foi implementada essa limitação nas escalas, por meio de um procedimento que foi chamado de "saturação". Essa questão esta relacionada ao paradoxo de *St. Petersburg*.

Uma experiência interessante vivenciada sobre essa questão de estabelecer os "pesos" dos critérios, a *priori*, sem efetuar o estudo de *trade-offs*, foi observada por meio de procedimento *ad hoc* implementado *a posteriori*. Com os "pesos" já estabelecidos, a comissão definiu depois a montagem das escalas (avaliação intracritério). A compensação entre os critérios foi realizada, de forma intuitiva, para os critérios principais. Em alguns casos houve o uso de função valor não linear, numa escala discreta de cinco níveis. O decisor atuou de forma intuitiva, para corrigir a distorção do processo de estabelecimento de "pesos" no modelo aditivo.

No que se refere ao problema de independência entre os critérios (MIRANDA; ALMEIDA, 2004), o aspecto mais crítico mencionado por membros da comissão trata da agregação aditiva de critérios que têm claramente uma interdependência entre si, tais como: quantidade de titulados e qualidade de titulados. Esses dois itens são avaliados como se fossem preferencialmente independentes, podendo haver uma substituição entre eles no modelo aditivo. Por exemplo, um programa que produza poucos titulados com alto desempenho em qualidade pode ser equiparado a outro que produza maior quantidade, com baixo desempenho em qualidade. Há uma tentação para minimizar os efeitos desse problema, no modelo, por meio de limitação na quantidade de titulados, o que certamente acarreta outros problemas.

Outro problema interessante nesse processo foi o estabelecimento de indicadores para a avaliação de periódicos, realizado através do Qualis da Capes nas Engenharias III (CAPES, 2009). Esses indicadores foram baseados nas estatísticas fornecidas pela base de dados do ISI/JCR (*Institute for Scientific Information/ Journal of Citation Report*).

Dois problemas foram analisados no processo de comparação entre periódicos diferentes. O primeiro está relacionado ao uso do indicador fator de impacto para a comparação entre periódicos de áreas diferentes. O segundo está relacionado ao uso desse mesmo indicador, que tem uma amostragem baseada apenas nos últimos dois anos, quando há periódicos que têm um longo tempo de citação, causando uma distorção na comparação entre periódicos com tempos médios de citação diferentes. Para resolver esse problema foi efetuada uma agregação de dois indicadores: o fator de impacto e a meia-vida (mediana do tempo de citação).

Para resolver o primeiro problema foi realizada uma transformação na escala de avaliação do fator de impacto. Essa transformação pode ser efetuada com base em um dos procedimentos de normalização indicados no Capítulo 2. A transformação de escala implicou outro indicador denominado de Fator de Impacto Relativizado (FIR) por categoria de classificação do periódico no JCR. O FIR tem o papel de indicar o impacto do periódico dentro de sua área (categoria) específica de conhecimento. O procedimento de mudança de escala adotado foi similar ao sugerido por Munda (2008), relativo à distância em relação à média, sendo que,

ao invés disso, foi utilizada a mediana, conforme descrito no Capítulo 2. O FIR é dado por: FIR = FI/MFI, onde: FIR = fator de impacto relativizado por área; FI = fator de impacto do periódico; MFI = mediana do fator de impacto da categoria ou área, informado no JCR (CAPES, 2009). O FIR apresenta valores em torno de um. FIR = 1, se o periódico tiver fator de impacto igual à mediana do fator de impacto de sua área (MFI). FIR > 1, se o periódico tiver fator de impacto maior do que a MFI. FIR < 1, se o fator de impacto for menor do que MFI.

Uma alternativa a essa solução seria usar o procedimento de normalização 1 (divisão pelo valor máximo de fator de impacto da área), apresentado no Capítulo 2. Esse procedimento oferece algumas vantagens, tais como: (a) os valores do FIR ficariam entre 0 e 1; (b) reduziria o impacto de grandes amplitudes na distribuição. No entanto, esse procedimento poderia gerar alguns problemas de comunicação, dando a visão de que os fatores de impacto da área seriam muito reduzidos. Outra alternativa seria utilizar um procedimento considerando o desvio-padrão, embora essa informação não seja fornecida diretamente na base do JCR. Teria a mesma desvantagem do procedimento 1, além de perder a simplicidade requerida no processo. Uma vantagem do procedimento adotado é usar a ideia de uma separatriz, indicando a posição em torno da mediana.

Essa é uma questão que tende a evoluir, em que existe oportunidade para que outros procedimentos sejam considerados, desde que se contemplem os objetivos que se deseja considerar, conforme mencionado no tópico sobre indicadores de desempenho.

8.3 Aplicações diversas em MCDA

Vários outros estudos foram conduzidos em temas similares e distintos. A seguir, uma lista desses trabalhos, para os quais mais detalhes podem ser vistos nas referências:

- Modelo de decisão baseado em MAUT para seleção de fornecedores, considerando a estrutura do problema típico na literatura do *newsvendor* (BRITO; ALMEIDA, 2012)
- Modelos Multicritério para decisão em grupo, na área de recursos hídricos (MORAIS; ALMEIDA, 2006a; MORAIS; ALMEIDA, 2006b; MORAIS; ALMEIDA, 2007; MORAIS et al., 2010; SILVA et al., 2010).
- Priorização de Sistemas de Informação (ALMEIDA et al., 1992; ALMEIDA, 2002a; ALMEIDA; COSTA, 2002).

- Modelos para gerenciamento de riscos multidimensionais (BRITO; ALMEIDA, 2009; BRITO et al., 2010a; ALENCAR; ALMEIDA, 2010).
- Modelos de decisão para estabelecimento de estratégias de manutenção em sistemas redundantes (ALMEIDA; SOUZA, 1993; ALMEIDA; BOHORIS, 1996; ALMEIDA; BOHORIS, 1995).
- Terceirização e desenho de contratos para seleção (ALMEIDA, 2005a; ALMEIDA, 2007; VALOIS; ALMEIDA, 2009).
- Priorização de atividades críticas em gestão de projetos (MIRANDA; ALMEIDA, 2007).
- Modelo para seleção de equipes em gestão de projetos (ALENCAR; ALMEIDA, 2010).
- Modelo de comercialização de energia elétrica utilizando o método TODIM (ALMEIDA et al., 2001b)
- Modelo de decisão para dimensionamento de sobressalentes e seleção de contratos de manutenção (ALMEIDA, 2001a).
- Modelos de decisão para desenho de contratos de manutenção (ALMEIDA, 2001b; ALMEIDA, 2002b; BRITO et al., 2010a).
- Modelo para escolha de pacientes para UTI Pediátrica (ALMEIDA et al., 2002).
- Modelos para determinação de periodicidade de intervenções de manutenção preventiva (ALMEIDA, 2012c; ALMEIDA, 2005b; CAVALCANTE; ALMEIDA, 2005; CAVALCANTE; ALMEIDA, 2007; FERREIRA et al., 2009; CAVALCANTE et al., 2010).
- Apoio a decisão na seleção de investimentos em petróleo e gás (ARAUJO; ALMEIDA, 2009).
- Modelos de decisão em grupo para seleção de fornecedores (ALENCAR et al., 2007; ALENCAR; ALMEIDA, 2008).
- Modelo multicritério para decisões de localização (CAMPOS; ALMEIDA, 2006).
- Modelos para o Gerenciamento de Materiais na Construção Civil (SZAJUBOK et al., 2006a; SZAJUBOK et al., 2006b).
- Modelo de análise de decisão com aplicação do *treeplan* na seleção de serviços na indústria da construção civil (ALENCAR et al., 2008).

Referências

ACKOFF, R. L.; SASIENI, M. W. *Fundamentals of operations research*. New York: John Wiley, 1968.

ALBUQUERQUE, L. L. de; ALMEIDA, A. T. de; CAVALCANTE, C. A. V. Aplicabilidade da programação matemática multi-objetivo no planejamento da expansão de longo prazo da geracão no Brasil. *Pesquisa Operacional*, v. 29, p. 153-177, 2009.

ALENCAR, L. H.; ALMEIDA, A. T. Multicriteria decision group model for suppliers selection. *Pesquisa Operacional*, v. 28, p. 321-337, 2008.

_____; ALMEIDA, A. T.; MIRANDA, C. M. G. de. Sistemática proposta para seleção de fornecedores em gestão de projetos. *Gestão e Produção*, v. 14, p. 477-487, 2007.

_____; ALMEIDA, A. T. de. A model for selecting project team members using multicriteria group decision making. *Pesquisa Operacional*, v. 30, n. 1, p. 221-236, 2010.

ALENCAR, M. H.; COSTA, A. P. C. S.; ALMEIDA, A. T. de. Uma proposta para a aplicação do *treeplan* na prestação de serviços na indústria da construção civil. *S. & G. Sistemas & Gestão*, v. 3, p. 283-298, 2008.

_____; Almeida, A. T. de. Assigning priorities to actions in a pipeline transporting hydrogen based on a multicriteria decision model. *International Journal of Hydrogen Energy*, v. 35, p. 3610-3619, 2010.

ALMEIDA, A. T. A method for resolving the criteria influence by flexible elicitation. *Working paper*, CDSID, 2012a.

_____. MCDM models in project portfolio selection. In: INFORMS ANNUAL MEETING, Phoenix, EUA. *Procedings INFORMS Annual Meeting*, 2012b.

_____. Resolving the criteria influence by flexible elicitation in group decision. GDN MEETING (GROUP DECISION AND NEGOTIATION), 2013, Stockholm.

ALMEIDA, A. T. Repair contract decision model trough additive utility function. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 7, n. 1, p. 42-48, 2001b.

_____. Multicriteria modelling for repair contract problem based on utility function and ELECTRE I Method. *IMA Journal of Management Mathematics*, Inglaterra, v. 13, n. 1, p. 29-37, 2002b.

_____. Multicriteria model for selection of preventive maintenance intervals. *Qual. Reliab. Eng. Int.*, v. 28, n. 6, p. 585-593, 2012c.

_____. Multicriteria decision making on maintenance: spares and contracts planning. *European Journal of Operational Research*, v. 129, n. 2, p. 235-241, 2001a.

_____. Multicriteria priorities assignment for information technology based on organisational aspects. *International Journal of Operations and Quantitative Management*, v. 8, n. 4, p. 251-263, 2002a.

_____. A utilização de métodos multicritério de apoio a decisão. In: ALMEIDA, A. T. de; COSTA, A. P. C. S. *Aplicações com métodos multicritério de apoio a decisão*. Editora Universitária, UFPE, 2003.

_____. Multicriteria modelling of repair contract based on utility and ELECTRE I Method with dependability and service quality criteria. *Annals of Operations Research*, Holanda, v. 138, p. 113-126, 2005a.

_____. Modelagem multicritério para seleção de intervalos de manutenção preventiva baseada na Teoria da Utilidade Multiatributo. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 1, p. 69-81, 2005b.

_____. Multicriteria decision model for outsourcing contracts selection based on utility function and ELECTRE method. *Computers and Operations Research*, v. 34, n. 12, p. 3569-3574, 2007.

_____. Multicriteria decision model considering veto information. 21st INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTIPLE CRITERIA DECISION MAKING (MCDM2011), Jyväskylä, 2011a.

_____. *O conhecimento e o uso de métodos multicritério de apoio a decisão*. 2. ed. Recife: Editora Universitária, 2011b.

_____; BOHORIS, G. A. Decision theory in maintenance decision making. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 1, n. 1, p. 39-45, 1995.

_____; _____. Decision theory in the maintenance strategy of a standby system with Gamma Distribution Repair Time. *IEEE Trans. Reliability*, v. 45, n. 1, p. 1-11, 1996.

_____; COSTA, A. P. C. S. *Aplicações com métodos multicritério de apoio a decisão*. Editora Universitária, 2003.

_____; _____. Modelo de decisão multicritério para priorização de sistemas de informação baseado no Método PROMETHEE. *Gestão & Produção*, v. 9, n. 2, p. 201-214, 2002.

_____; FITTIPALDI, E. H. D; GOMES, L. F. A. M. Apoio a decisão na comercialização de energia elétrica utilizando o Método de Tomada de Decisão Interativa Multicritério – TODIM. *Revista EPIO*, – Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa, v. 20, n. 1, p. 31-40, 2001b.

_____; DUARTE, M. D. O. A multi-criteria decision model for selecting project portfolio with consideration being given to a new concept for synergies. *Pesquisa Operacional*, v. 31, p. 301-318 e v. 96, p. 627-635, 2011.

_____; RAMOS, F. S. (Org.). *Gestão da informação na competitividade das organizações*. 2. ed. Editora Universitária UFPE, 2002.

ALMEIDA, A. T.; SOUZA, F. M. C. de. Decision theory in maintence strategy for a two-unit redundant standby system. *IEEE Trans. Reliability*, v. 42, n. 3, p. 401-407, 1993.

_____; _____. Org. *Gestão da manutenção na direção da competitividade*. Ed. Universitária, UFPE, 2001a.

_____; STEINBERG, H.; BOHORIS, G. A. Management information and decision support system of a telecommunication network. *Journal Of Decision Systems*, v. 1, n. 2, p. 213-241, 1992.

_____; VETSCHERA, R. A note on scale transformations in the PROMETHEE V method. *European Journal of Operational Research*. v. 219, p. 198–200, 2012.

_____; _____. Application of multicriteria models in project portfolio selection. EURO XXV – EUROPEAN CONFERENCE ON OPERATIONAL RESEARCH, Roma, julho/2013.

_____; MORAIS, D. C.; COSTA, A. P. C. S.; ALENCAR, L. H.; DAHER, S. F. D. *Decisão em grupo e negociação*: métodos e aplicações. São Paulo: Atlas. 2012. 231p.

ALMEIDA, L. M. A. B. de; MIRANDA, C. M. G. de; ALMEIDA, A. T. de. Escolha de pacientes para UTI pediátrica baseada em métodos de apoio a decisão. *Revista Brasileira de Terapia Intensiva*, Rio de Janeiro, v. 13, n. 1-supl., p. 122, 2002.

ARAUJO, A. G.; ALMEIDA, A. T. de. Apoio à decisão na seleção de investimentos em petróleo e gás: uma aplicação utilizando o método PROMETHEE. *Gestão da Produção*, v. 16, n. 4, p. 534-543, 2009.

ARROW, K. J. A difficult in the concept of social welfare. *The Journal of Political Economy*, v. 58, n. 4, p. 328-346, 1950.

BANA E COSTA, C. A.; DE CORTE, Jean-Marie; VANSNICK, Jean-Claude; On the mathematical foundation of MACBETH. In: FIGUEIRA, J.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. (Ed.). *Multiple criteria decision analysis*: state of the art surveys. Springer. 2005.

BARLA, S. B. A case study of supplier selection for lean supply by using a mathematical model. *Logistics Information Management*, v. 16, p. 451-459, 2003.

BEHZADIAN, Majid; KAZEMZADEH, R. B.; ALBADVI, A.; AGHDASI, M. PROMETHEE: a comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research*, v. 200, p. 198-215, 2010.

BELTON, V.; STEWART, T. J. *Multiple criteria decision analysis*. Kluwer Academic Publishers, 2002.

BERGER J. O. *Statistical decision theory and Bayesian analysis*. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1985.

BIDGOLI, H. *Decision support systems*: principle and practice. West Publishing Company, 1989.

BORDA, J. C. *Mémoire sur les élections au scrutin, Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris. 1781.

BOUYSSOU, D.; MARCHANT, T.; PIRLOT, M.; TSOUKIS, A.; VINCKE, P. *Evaluation and decisions models with multiple criteria*. Springer, 2006.

BOX, George E. P.; DRAPER, Norman R. *Empirical model-building and response surfaces*, Wiley, 1987.

BRANS, J. P. Ethics and decision. *European Journal of Operational Research*, v. 136, p. 340-352, 2002.

_____; MARESCHAL, B. PROMETHEE V: MCDM problems with segmentation constraints. *INFOR*, v. 30, n. 2, p. 85-96, 1992.

_____; _____. *PROMÉTHÉE – GAIA*: une méthodologie d'aide à la décision en présence de critères multiples. Bruxelles: Éditions de L'Université de Bruxelles, 2002.

BRITO, A. J. M.; ALMEIDA FILHO, A. T.; ALMEIDA, A. T. Multi-criteria decision model for selecting repair contracts by applying utility theory and variable interdependent parameters. *IMA Journal of Management Mathematics*, v. 20, p. 1-14, 2010a.

BRITO, A. J. M.; ALMEIDA, A. T. de. Multi-attribute risk assessment for risk ranking of natural gas pipelines. *Reliab Eng Syst Safety*, v. 94, p. 187-198, 2009.

BRITO, A. J. M.; ALMEIDA, A. T.; MOTA, C. M. A multicriteria model for risk sorting of natural gas pipelines based on Electre TRI Integrating Utility Theory. *European Journal of Operational Research*. v. 200, p. 812-821, 2010b.

BRITO, A. J. M.; ALMEIDA, A. T. Modeling a multi-attribute utility newsvendor with partial backlogging. *European Journal of Operational Research*, v. 220, p. 820-830, 2012.

BRUNSSON, N. The consequences of decision-making. Oxford: Oxford University Press, 2007.

CAMPOS, V. R.; ALMEIDA, A. T. Modelo multicritério de decisão para localização de nova Laguaribara com VIP Analysis. *Pesquisa Operacional*, v. 26, n. 1, p. 91-107. DOI: 10.1590/S0101-74382006000100005, 2006.

CAPES. Documento de área de avaliação: engenharias III. Documento da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Disponível no endereço: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/avaliacao/ENG_III23out09.pdf>. Acesso em: 3 maio 2010.

CAVALCANTE, C. A. V.; ALMEIDA, A. T. A Multicriteria decision aiding model using Promethee III for preventive maintenance planning under uncertain conditions. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 13, p. 385-397, 2007.

_____; _____. Modelo multicritério de apoio a decisão para o planejamento de manutenção preventiva utilizando PROMETHEE II em situações de incerteza. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 2, p. 1-15, 2005.

_____; FERREIRA, R. J. P.; ALMEIDA, A. T. A preventive maintenance decision model based on multicriteria method PROMETHEE II integrated with Bayesian approac. *IMA Journal of Management Mathematics*, v. 20, p. 1-16, 2010.

CLIMACO, J. N.; ANTUNES, C. H.; ALVES, M. J. G. *Programação linear multiobjetivo*. Impressa na Universidade de Coimbra, 2003.

CONDORCET, M. *Éssai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*. Paris: De l'Imprimirie, 1785.

COOK, W. D. Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking. *European Journal of Operational Research*, 172, 369-385, 2006.

DAHER, S. F. D.; ALMEIDA, A. T. The use of ranking veto concept to mitigate the compensatory effects of additive aggregation in group decisions on a water utility automation investment. *Group Decision and Negotiation*, v. 21, n. 2, p. 185-204, 2012.

DAVIS, C. B.; OLSON, M. H. *Management information systems*: conceptual foundations, structure and development. McGraw-Hill, 1985.

EDWARDS, W.; BARRON, F. H. SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v. 60, p. 306-325, 1994.

EDWARDS, W.; MILES, R. F.; VON WINTERFELDT, D. *Advances in decision analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

FERREIRA, R. J. P.; ALMEIDA, A. T.; CAVALCANTE, C. A. V. A multi-criteria decision model to determine inspection intervals of condition monitoring based on delay time analysis. *Reliability Engineering & Systems Safety*, v. 94, p. 905-912, 2009.

FIGUEIRA, J.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. (Ed.). *Multiple criteria decision analysis*: state of the art surveys. Springer 2005.

_____; _____; ROY, Bernard. ELECTRE methods with interaction between criteria: an extension of the concordance index. *European Journal of Operational Research*, v. 199, p. 478-495, 2009.

FISCHER, G. W. Range sensitivity of attribute weights in multiattribute value models. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v. 62, p. 252-266, 1995.

FISHBURN, P. C. Noncompensatory preferences. *Synthese*, v. 33, p. 393-403, 1976.

FRANCO, L. A.; CUSHMAN, M.; ROSENHEAD, J. Project review and learning in the construction industry: embedding a problem structuring method within a partnership context. *European Journal of Operational Research*, v. 152, p. 586-601, 2004.

GARBER, R. An interview with Ronald A. Howard. *Decision Analysis*, v. 6, n. 4, p. 263-272, 2009.

GIGERENZER, G.; TODD, P. M. *Simple heuristic that make us smart*. Oxford: Oxford University Press, 1999.

GOMES, L. F. A.; GOMES, C. F. S.; ALMEIDA, A. T. de. *Tomada de decisão gerencial*: o enfoque multicritério. 3. ed. São Paulo. Atlas, 2009.

GOODWIN, P.; WRIGHT, G. *Decision analysis for management judgment*. John Wiley, 2004.

GUITOUNI, A., MARTEL, J. M. Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European Journal of Operational Research*, v. 109, p. 501-521, 1998.

HAMMOND, J. S.; KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. Even swaps: a rational method for making trade-offs. *Harvard Business Review*, v. 76, n. 2, p. 137(9), 1998a.

_____; _____; _____. The hidden traps in decision making. *Harvard Business Review*, v. 76, n. 5, p. 47(8), 1998b.

_____; _____; _____. *Smart choices*: a practical guide to make better decisions. Harvard Business School Press, 1999.

HILIER, F. S.; HILLIER, M. S. *Introduction to management science*, 2. ed. McGraw-Hill, 2003.

_____; LIBERMAN, G. J. *Introduction to operations research*. 1989.

HOWARD, Ronald A. Heathens, heretics, and cults: the religious spectrum of decision aiding. *Interfaces*, v. 22, n. 6, p. 15-27, 1992.

HWANG, C. L.; YOON, K. *Multiple attribute decision making*. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

JACQUET-LAGRÈZE, E.; SISKOS, Y. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: the UTA method. *European Journal of Operational Research*, v. 10, n. 2, p. 151-164, 1982.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, v. 47, p. 263-291, 1979.

KEENEY, R. L. "Common mistakes in making value trade-offs". *Operations Research*, v. 50, n. 6, p. 935-945, 2002.

_____. *Value focused thinking*. Harvard, Cambridge: Harvard University Press, 1992.

_____. RAIFFA, H. *Decision with multiple objectives*: preferences and value trade-offs. New Yok: John Wiley, 1976.

_____; SEE, K. E.; WINTERFELDT, D. Evaluating academic programs: with applications to U.S. Graduate Decision Science Programs. *Operations Research*, v. 54, n. 5, p. 813-828, 2006.

KEISLER, J. M.; NOONAN, P. S. Communicating analytic results: a tutorial for decision consultants. *Decision Analysis*, v. 9, n. 3, p. 274-292, 2012.

KIRKWOOD, C. W. *Strategic decision making*: multiobjective decision analysis with spreadsheets. Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company, 1997.

KUNREUTHER, Howard C.; PAULY, Mark V.; Mcmorrow, Stacey. *Insurance and behavioral economics*: improving decisions in the most misunderstood industry. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

LIKERT, Rensis. A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, v. 140, p. 1-55, 1932.

MARESCHAL, B.; DE SMET, Y.; NEMERY, P. Rank reversal in the PROMETHEE II Method: Some New Results. *Proceedings of the 2008 IEEE IEEM*, p. 959-963, 2008.

MIRANDA, C. M. G. de; ALMEIDA, A. T. Visão multicritério da avaliação de programas de pós-graduação pela CAPES: o Caso da Área Engenharias III baseado nos métodos ELECTRE II e MAUT. *Gestão e Produção*, v. 11, n. 1, p. 51-64, 2004.

_____; _____. Método Multicritério ELECTRE IV-H para Priorização de Atividades em Projetos. *Pesquisa Operacional*, v. 27, p. 247-269. Doi: 10.1590/S0101-74382007000200004. 2007.

_____; _____. Avaliação de pós-graduação com Método ELECTRE TRI: o Caso de Engenharias III da CAPES. *Produção*, v. 13, n. 3, p. 101-112, 2003.

MORAIS, D. C.; ALMEIDA, A. T. Water supply system decision-making using multicriteria analysis. *Water*, v. 32, n. 2, p. 229-235, 2006a.

_____; _____. Group decision-making for leakage management strategy of water distribution network. *Resources, Conservation and Recycling*, v. 52, n. 2, p. 441-459, 2007.

_____; CAVALCANTE, C. A. V.; ALMEIDA, A. T. de. Priorização de áreas de controle de perdas em redes de distribuição de água. *Pesquisa Operacional*, v. 30, n. 1, p. 15-32, 2010.

_____; ALMEIDA, A. T. Modelo de Decisão em Grupo para Gerenciar Perdas de Água. *Pesquisa Operacional*, v. 26, n. 3, p. 567-584. Doi: 10.1590/S0101-74382006000300007, 2006b.

MOTA, C. M. M., ALMEIDA, A. T., ALENCAR, L. H. A multiple criteria decision model for assigning priorities to activities in project management. *International Journal of Project Management*, v. 27, n. 2, p. 175-181, 2009.

MOUSSEAU V.; FIGUEIRA J.; NAUX J. P. Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: some experimental results. *European Journal of Operational Research*, v. 130, n. 2, p. 263-275, 2001.

MOUSSEAU, V.; SLOWINSKI, R. Inferring an ELECTRE TRI Model from assignment examples. *Journal of Global Optimization*, v. 12, p. 157-174, 1998.

MUNDA, G. *Social multi-criteria evaluation for a sustainable economy*. Berlim, Springer, 2008.

NIKOLIC, D.; JOVANOVIC, I.; MIHAJLOVIC, I.; ZIVKOVIC, Z. Multi-criteria ranking of copper concentrates according to their quality: an element of environmental management in the vicinity of copper-smelting complex in Bor, Serbia. *Journal of Environmental Management*, v. 91, p. 509-515, 2009.

NURMI, H. Voting procedures: a summary analysis. *British Journal of Political Science*, v. 13, n. 2, p. 181-208, 1983.

OLSON, David L.; FLIEDNER, Gene; CURRIE, Karen; Comparison of the REMBRANDT system with analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, v. 82, p. 522-539, 1995.

PARDALOS, P. M.; SISKOS, Y.; ZOPOUNIDIS, C. (Org.). *Advances in multicriteria analysis*. Kluwer Academic Publishers, 1995.

PARTNOY, Frank. *Wait*: the art and science of delay. Philadelphia: Perseus Group Books, 2012.

PAYNE, J. W.; BETTMAN, J. R.; JOHSON, E. J. *The adaptive decision maker*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

PEDRYCZ, W., EKEL, P.; PARREIRAS, R. *Fuzzy multicriteria decision-making*: models, methods, and applications. Chichester: John Wiley, 2011.

POLMEROL, Jean-Charles; BARBA-ROMERO, Sergio. *Multicriterion decision in management*: principles and practice. Kluwer, 2000.

RAIFFA, H. *Decision analysis*. Addison-Wesley, 1968.

RAUSCHMAYER, F.; KAVATHATZOPOULOS, I. P. L.; KUNSCH, M. Le Menestrel. Why good practice of OR is not enough: ethical challenges for the OR practitioner. *Omega*, v. 37, p. 1089-1099, 2009.

ROSENHEAD, J.; MINGERS, J. (Ed.). *Rational analysis for a problematic world revisited*. 2. ed. New York: Jonh Wiley, 2004.

ROY, B. *Multicriteria methodology for decision aiding*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

SAATY, T. L. *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill, 1980.

_____. *The analytic network process*. RWS Publications, 1996.

SILVA, V. B. S.; MORAIS, D. C.; ALMEIDA, A. T. A multicriteria group decision model to support watershed committees in Brazil. Water Resource Management. DOI: 10.1007/s11269-010-9648-2. 2010.

SIMON, H. A. A behavioral model of rational choice. *Quarterly Journal of Economics*, v. 69, p. 99-118, 1955.

_____. *The new science of management decision*. New York: Harper & Row Publishers, 1960.

_____. *Models of bounded rationality*. MIT Press, 1982.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; HARLAND, C.; HARRISON, A.; JOHNSON, R. *Administração da Produção*. São Paulo: Atlas, 1995.

SOUZA, F. M. C. *Decisões racionais em situações de incerteza*. Recife: Universitária, 2002.

SPRAGUE JR., R. H.; WATSON, H. J. (Ed.). *Decision support systems*: putting theory into practice. Prentice-Hall, 1989.

SZAJUBOK, N. K.; ALENCAR, L. H.; ALMEIDA, A. T. de. Modelo de gerenciamento de materiais na construção civil utilizando avaliação multicritério. *Produção*, v. 16, n. 2, p. 303-318, 2006.

SZAJUBOK, N. K.; MIRANDA, C. M. G. de; ALMEIDA, A. T. de. Uso do Método Multicritério ELECTRE TRI para Classificação de Estoques na Construção Civil. *Pesquisa Operacional*, v. 26, p. 625-648, 2006a.

THIERAUF, R. J., *Decision support systems for effective planning and control: a case study approach*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1982. ISBN 0-13-198234-6.

TRIANTAPHYLLOU, E. *Multi-criteria decision making methods*: a comparative study. Kluwer Academic Publishers, 2000

VALOIS, U.; ALMEIDA, A. T. Modelo de apoio à decisão multicritério para terceirização de atividades produtivas baseado no método SMARTS. *Produção*, v. 19, p. 251-263. DOI: 10.1590/S0103-65132009000200003. 2009.

VETSCHERA, R.; ALMEIDA, A. T. A PROMETHEE-based approach to portfolio selection problems. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 5, p. 1010-1020, 2012.

VINCKE, P.; Multicriteria decision-aid. New York: John Wiley, 1992. ISBN: 0-471-93184-5.

VON NEUMAN, M. J.; MORGENSTERN, O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press, 1944.

WALLENIUS, J. Comparative evaluation of some interactive approaches to multicriteria optimization. *Management Science*, v. 21, n. 12, p. 1387-1396, 1975.

WALLENIUS, Jyrki; DYER, James S.; FISHBURN, Peter C.; STEUER, Ralph E.; ZIONTS, Stanley; DEB, Kalyanmoy. Multiple Criteria Decision Making, Multiattribute Utility Theory: recent accomplishments and what lies ahead. *Management Science*, v. 54, n. 7, p. 1336-1349, 2008.

XIA, W.; WU, Z. Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments, *Omega*, v. 35, p. 494-504, 2007.

YONG, H. P. Condorcet's theory of voting. *The American Political Science Review*, v. 82, n. 4, p. 231-1244, 1988.

YU, W. *ELECTRE TRI*: aspects méthodologiques et guide d'utilisation. Document du LAMSADE, 74, Université de Paris – Dauphine, 1992.

ZANAKIS, S. H.; SOLOMON, A.; WISHART, N.; DUBLISH, S. Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods, *European Journal of Operation Research*, v. 107, n. 3, p. 507-529, 1998.

ZELENY, M. *Multiple criteria decision making*. New York: McGrawHill, 1982.

Índice Remissivo

A

Abordagem Descritiva, 5
Abordagem Normativa, 5
Abordagem Prescritiva, 5
Abordagens
  escolha de, 24
Agregação com Função Valor Aditiva, 52
Agregação por produto ponderado, 150
AHP, 74
AHP (*Analytic Hierarchy Process*), 74
Alternativas Dominadas, 68
Análise de Decisão, 5
Análise de sensibilidade, 184
Analista de decisão, 3
ANP (*Analytic Network Process*), 74
Avaliação de racionalidade compensatória, 180
Avaliação de risco, 192
Avaliação intercritério, 32, 34, 183
Avaliação intracritério, 32, 181
Axioma arquimediano, 80
Axioma da dominância, 80
Axioma da ordenabilidade, 80
Axioma da transitividade, 80

B

Borda, 155

C

Compensação, 195
Condorcet, 157
Constantes de escala, 92
  significado, 95
Construção de modelos, 2
Construção do modelo, 190
Critérios
  família de, 31
Critérios probabilísticos, 172

D

Decisão, 19
  problema de, 1
Decisão multicritério, 9
  elementos básicos, 27
Decision analysis, 17
Decisões nas organizações, 1
Decisor, 2
Dependência preferencial, 103
Desenho, 7
Dominância
  relação de, 32

E

ELECTRE I, 112
ELECTRE II, 117
ELECTRE III, 119
ELECTRE TRI, 122
Elicitação, 60
Elicitação da função utilidade multiatributo, 98
Elicitação flexível, 71
Escala de MAUT, 214
Escala de razão, 35
Escala intervalar, 35
Escala numérica, 35
Escala ordinal, 35
Escalas
  tipos de, 35
Escala verbal, 35, 36
Escolha, 7
Espaço de ações sequencial, 209
Espaço de consequências, 78
Estágio de inteligência, 202
Estrutura dos Atributos, 68
Estrutura geral de MAUT, 77
Even Swaps, 74

F

Família ELECTRE, 111
Família PROMETHEE, 125
Fatores não controlados, 175
Fluxo de sobreclassificação, 130
Função utilidade condicional, 85
Função utilidade multiatributo, 86, 98
Função utilidade para dinheiro, 82

Função utilidade unidimensional, 81
Função Valor Multiatributo, 150

G

Gerenciamento de tempo, 199

I

Identificação de independência, 98
Implementação, 7
Incomparabilidade, 29
Independência
  identificação de, 99
Independência preferencial, 48, 88
Indicadores de desempenho, 213
Indiferença, 29
Inteligência, 7, 202

J

Julgamento de valor, 53

L

Limiares de preferência e indiferença, 138

M

Macbeth, 74
Matriz de Avaliação, 68
Matriz de Consequências, 12, 68
MAUT, 76, 77, 212
  aplicabilidade de, 106
MAUT com mais de dois atributos, 102
MAUT – teoria ou método, 105
MCDA, 212, 218
Método AHP, 74
Método de agregação, 44
Método de apoio, 19
Método de Borda, 155
Método de Condorcet, 157
Método de elicitação flexível, 71
Método de entropia, 75
Método *Even Swaps*, 73
Método lexicográfico, 154
Método Macbeth, 74
Método multicritério, 25, 197
Método multicritério compensatório, 207
Método não compensatório, 40
Método PROMETHEE I, 132
Métodos com lógica Fuzzy, 16
Métodos compensatórios, 40
Métodos com programação matemática, 152
Métodos de agregação baseados em informação parcial, 16
Métodos de agregação ordinal, 16
Métodos de apoio a decisão, 18
Métodos de sobreclassificação, 109, 210
  características gerais, 109
Métodos ELECTRE, 15, 111
Métodos interativos, 153
Métodos MCDA, 13
  classificação dos, 14
Métodos multicritério, 140
Métodos ordinais, 154
Métodos PROMETHEE, 15, 125
Métodos SMARTS e SMARTER, 67
Método TATIC, 159
Método TOPSIS, 142
Modelagem de preferências, 178
Modelo aditivo
  parametrização, 62
  parâmetros, 52
  validação, 51
Modelo aditivo com veto, 146
Modelo aditivo determinístico, 45
Modelo de agregação aditivo, 44
Modelo de decisão multicritério
  construção, 164
Modelo não compensatório, 41
Modelos de agregação, 103
Modelos de decisão multicritério, 18, 19, 205
  construção de, 21
Modelos de decisão específicos, 205
Modelos formais, 24
Multi-Attribute Utility Theory – MAUT, 76
Múltiplos objetivos nas organizações, 13

N

Nadir, 140
Não Preferência, 29
Normalização, 54
  procedimentos, 37

P

Paradoxo de St. Petersburg, 84
Parametrização do modelo aditivo, 73
Ponto ideal, 140
Portfólio, 205
Preferência Estrita, 29
Preferência Fraca, 29
Preferência J, 29
Preferências
  estruturas de, 27
Problema de decisão
  estrutura do, 10
Problemas de decisão, 1, 161
Problemática de portfólio, 205
Problemática de Portfólio, 11
Procedimento de elicitação baseado em trade-offs, 63
Procedimento de normalização, 54
Procedimentos de normalização, 58
Processo decisório, 191, 199
Processo decisório nas organizações, 6
Processo de elicitação, 60
Programação Matemática, 152
Programas acadêmicos, 216
PROMETHEE, 125
PROMETHEE I, 132
PROMETHEE II, 133
PROMETHEE III, 133
PROMETHEE IV, 133
PROMETHEE V, 134
PROMETHEE VI, 134

R

Racionalidade compensatória, 180
Relação de dominância, 32
Relações de preferência, 28
Reversão de ordem, 134
Revisão, 7

S

Seleção de fornecedores, 60
Seleção de métodos, 18, 24
Sequência das etapas, 190
Simple Multi-Attribute Rating Technique, 67
SMARTER, 67
SMARTS, 67
Sobreclassificação, 29, 109, 130
Stakeholder, 4

T

TATIC, 159
Teoria da utilidade, 76
  axiomas, 79
Teoria da Utilidade Multiatributo, 9, 76
TOPSIS, 75, 142

Trade-off, 63
  procedimento, 64

U

UTA (*Utilité Additive*), 75
Utilidade unidimensional, 81

PROCESSO DE DECISÃO NAS ORGANIZAÇÕES

Construindo modelos de decisão multicritério

A tomada de decisão nas organizações é sempre uma forte razão de apreensão de seus gerentes e executivos, cujo desempenho no processo decisório impacta diretamente na competitividade dessas organizações e consequentemente na sua existência futura. Decisão está presente no cotidiano das organizações públicas ou privadas. Por isso, cada vez mais tem-se exigido o uso de métodos adequados. Mas qual seria o mais adequado? Esta é a questão central abordada nesta obra, num contexto mais integrado ao processo decisório nas organizações, não disponível explicitamente em outros livros.

O tema central do livro é a análise e solução de problemas de decisão numa organização. Para tanto, foca o processo de tomada de decisão e aborda a seleção do método de apoio a decisão a ser empregado, com destaque para métodos multicritério. Esse processo é estabelecido por meio da construção de modelos de decisão.

Enquanto vários outros livros enfatizam os aspectos conceituais sobre métodos de apoio a decisão, este texto foca o processo de aplicação desses métodos. A própria descrição dos métodos principais destaca seus diversos aspectos, de forma a facilitar sua avaliação e uso, conduzindo a um processo final de seleção de método para aplicação em um problema em particular.

Este livro é muito útil a gerentes e executivos (e aspirantes a essa posição), interessados em conhecer as abordagens para o processo decisório. Pode ser utilizado também por consultores que atuam na área de gestão e agem como analistas ou facilitadores, em processos de decisão nas organizações.

Aplicação

Recomendado para disciplinas de graduação e pós-graduação em Engenharia de Produção, Administração de Empresas, Economia, Sistemas de Informação, Ciência da Computação e outros cursos na área de gestão. Livro-texto em disciplinas voltadas a: processo decisório, decisão multicritério, sistemas de apoio a decisão, teoria da decisão, pesquisa operacional, métodos quantitativos e apoio multicritério a decisão. Leitura indispensável aos profissionais que lidam com decisão numa organização.